Л.В. Лещенко
В.В. Николаева
Л.А. Бондарева

РЕШЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Практикум

Могилев 2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.А. КУЛЕШОВА»

Л.В. Лещенко
В.В. Николаева
Л.А. Бондарева

РЕШЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Практикум

Могилев 2009

УДК 511.1 (076.5)
ББК 22.130
Л54

Печатается по решению редакционно-издательского совета УО «МГУ им. А.А. Кулешова»

Рецензент
кандидат физико-математических наук доцент
Б.Д. Чеботаревский

Лещенко, Л.В.

Л54 Решение арифметических задач: практикум / Л.В. Лещенко, В.В. Николаева, Л.А. Бондарева. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2009. – 72 с.: ил.

ISBN 978-985-480-524-5.

Практикум содержит материалы для организации аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов педагогического факультета по дисциплине «Практикум по решению арифметических задач», целью которой является совершенствование у студентов общего умения решать задачи и создание у них необходимой базы для обучения решению задач младших школьников.

В практикуме рассматриваются основные типы текстовых арифметических задач школьного курса математики и приемы их решения, приводятся образцы решения некоторых задач и методические указания к ним, имеются краткие теоретические сведения о методах и приемах решения текстовых задач.

УДК 511.1 (076.5)
ББК 22.130

ISBN 978-985-480-524-5

ТЕКСТОВЫЕ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И ИХ РЕШЕНИЕ

Школьные учебники математики для начальных классов содержат множество текстовых задач. Они выступают как средство развития мышления, сообразительности, творческих способностей учащихся, умения понимать скрытые в условии задачи зависимости, отработки вычислительных навыков и т.д. Учитель за каждой задачей должен видеть заложенные в ней элементы теории принадлежность ее к тому или иному типу и в соответствии с этим строить методику работы с ней.

Основная цель ПРАЗ – познакомить студентов с основными типами текстовых задач, научить решать их различными методами, с использованием различных приемов и тем самым создать достаточную базу для обучения решению текстовых задач в начальных классах.

Текстовая арифметическая задача – математическое задание, сформулированное в виде описания некоторой ситуации, отражающее разнообразные сюжеты из разных областей жизни, деятельности человека и т.д., содержащее числовые данные и вопрос – требование дать количественную характеристику некоторой из описанных величин.

В каждой задаче можно выделить *условие и вопрос.*

Решить задачу означает через логически правильную последовательность действий, операций над числами выполнить требование задачи, получить ответ на вопрос.

При этом одна и та же задача может иметь разные последовательности действий – разные способы решения.

В процессе решения задач формируется *общее* умение решать задачи и *частное* умение.

Общее умение решать задачи означает знание о видах и типах задач, о методах и способах их решения, приемах поиска решения задачи, этапах процесса решения; умение расчленять задачу на составные части, использовать различные методы и приемы решения, применять различные приемы, помогающие понять условие задачи.

Частное умение решать задачи предполагает знание о конкретных видах (типах) задач, способах решения задач каждого вида, умение «узнать» задачу данного вида, выбрать соответствующий ей способ решения и реализовать его.

Общее умение решать задачи формируется через накопление опыта решения разнообразных задач, овладение общими приемами, методами и способами решения конкретных видов (типов) задач.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Основные методы решения текстовых задач в начальной школе: арифметический, графический, подбора, алгебраический.

Арифметический метод решения задачи – вычисление ответа путем последовательного выполнения арифметических действий над числами.

При этом возможны разные последовательности арифметических действий (разные действия) для одной и той же задачи – разные *способы* ее решения.

Разные способы решения получаются и в результате применения разных *приемов* решения задачи.

Решение задачи арифметическим методом предполагает следующие *этапы* работы над ней:

1. **Анализ** (осмысление) условия задачи. Для того, чтобы более четко определить связи, отношения, зависимости между величинами, входящими в задачу, ее условие оформляется в краткой форме: словесно, схемой, таблицей, чертежом и т.п.

2. **Поиск решения**. Для многих задач поиск решения можно осуществить в ходе рассуждений аналитического (от вопроса к данным) или синтетического (от данных к вопросу) характера. Такие рассуждения обычно сопровождаются построением схемы. Результатом этого этапа является *план* решения задачи.

Аналитико-синтетический поиск решения задачи – наиболее приемлемый при решении составных задач в начальной школе.

3. **Решение задачи**. Оформление решения задачи можно выполнять разными способами: по действиям без пояснений, по действиям с последующим объяснением, с вопросами, выражением и др. Иногда решение задачи удобно оформить в виде таблицы, графа.

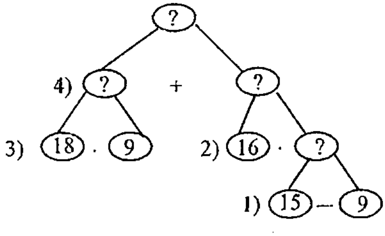
4. **Изучение полученного решения** (проверка решения) задачи. Как один из способов проверки правильности решения задачи может быть решение ее другими способами.

Задача 1. *Доярка за день подоила 15 коров. 9 коров дали по 18 л молока, а остальные — по 16 л каждая. Каков дневной удой?*

1. Условие задачи можно представить в виде таблицы.

Дневной удой от одной коровы	*Количество коров*	*Общий дневной удой*
18 л	9 коров } 15 коров	? } ?
16 л	?	?

2. Поиск решения. Структура данной задачи позволяет найти один из способов ее решение в результате аналитико-синтетических рассуждений, которые целесообразно сопровождать построением схемы.



Чтобы ответить на вопрос задачи (найти общий удой за день), надо знать две величины (два числа): дневной удой от коров первой группы и дневной удой от коров второй группы. Эти числа неизвестны. Чтобы найти дневной удой от коров первой группы, надо знать удой от одной коровы и количество коров. Эти числа нам известны: 18 л, 9 коров. Чтобы найти дневной удой от коров второй группы, надо знать удой от одной коровы и количество коров. Первое число известно: 16 л, а второе неизвестно. Чтобы найти количество коров второй группы, надо знать общее количество коров и количество коров первой группы. Эти числа известны: 15 коров и 9 коров.

3. Решение оформим по действиям с пояснительным текстом:

1) $15 - 9 = 6$ (коров) — второй группы,

2) $16 \cdot 6 = 96$ (л) — дали молока коровы второй группы,

3) $18 \cdot 9 = 162$ (л) — дали молока коровы первой группы,

4) $162 + 96 = 258$ (л) — дневной удой молока.

Этому способу решения соответствует выражение:

$18 \cdot 9 + 16 \cdot (15 - 9) = 258$ (л)

Данный способ решения задачи – постепенное, «пошаговое» выполнение арифметических действий, которое следует из условия задачи.

4. Эта задача имеет и другие способы решения. Для их получения нужно использовать другой прием – прием «замены данных» («уравнивания», «предположения»). Этот прием основан на допущении, что у коров обоих групп одинаковый дневной удой. В результате использования этого приема получаем два новых способа решения задачи.

Способ 2. Оформим решение по вопросам:

1) Сколько литров молока надоила бы доярка за день, если бы все 15 коров дали по 18 л молока?

$18 \cdot 15 = 270$ (л)

2) Сколько коров давали по 16 л молока?

$15 - 9 = 6$ (коров)

3) Сколько литров молока составляет разница от одной коровы?

$18 - 16 = 2$ (л)

4) Сколько литров составляет разница от 6 коров?

$2 \cdot 6 = 12$ (л)

5) Сколько литров молока надоила в действительности доярка за день?
270 – 12 = 258 (л)

С п о с о б 3 . Решение оформим по действиям с пояснением.

1) 16 · 15 = 240 (л) – надоила бы доярка за день, если бы все 15 коров дали по 16 л молока,

2) 18 – 16 = 2 (л) – разница от одной коровы,

3) 2 · 9 = 18 (л) – разница от 9 коров,

4) 240 + 18 = 258 (л) – дневной удой молока.

Все способы решения дали один и тот же ответ. Значит, задача решена верно.

Ответ. 258 литров молока составляет дневной удой.

Графический метод решения задачи предполагает нахождение ответа на вопрос задачи с помощью графических средств наглядности (рисунков, схем, чертежей, диаграмм и т.д.). Этот метод позволяет наглядно представлять соотношения между данными и искомыми величинами, помогает выявить скрытые зависимости между величинами и искать наиболее рациональные пути решения задач.

Графический метод в большинстве случаев обозначает применение для решения задачи чертежа, когда заданные в условии задачи величины обозначаются отрезками.

При построении схематического чертежа графически изображаются только отношения между данными и искомыми, численное их значение изображается условно.

Иногда выполненный чертеж позволяет найти ответ на вопрос задачи с помощью счета (сосчитать количество клеточек тетради, соответствующее длине некоторого отрезка, или количество отрезков). Чаще приходится сочтать графическое изображение условия задачи и арифметические действия над числами, указанными на чертеже.

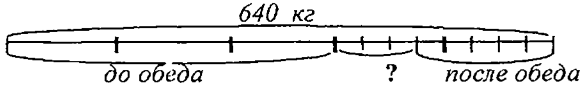
При построении чертежа следует выполнять требования:

– равным числам соответствуют равные отрезки;
– большему числу соответствует больший отрезок;
– меньшему числу соответствует меньший отрезок.

Задача 2. *В магазине было 640 кг сахара. До обеда продали* $\frac{3}{5}$ этого количества, а после обеда $\frac{5}{8}$ остатка. Сколько сахара осталось в магазине к концу дня?

Краткую запись условия можно представить чертежом.

Построим отрезок произвольной длины (для учеников удобно взять 20 клеточек). Поделим его на 5 равных отрезков. Два последних отрезка поделим на 4 части:



Один из способов решения может быть таким: 640 : 20 · 3 = 96 (кг).

Ответ: 96 килограммов.

Метод подбора называют также «методом проб и ошибок». Ответ на вопрос задачи находится в результате выдвижения и проверки нескольких предположений (проб). Данный метод наиболее доступен детям в начальных классах при решении ряда задач. Нельзя, однако, сводить этот метод к простому угадыванию. Процесс подбора должен носить упорядоченный и целенаправленный характер. При этом, если числовые данные задачи небольшие, то подбор можно осуществлять с помощью последовательного *перебора* всех возможных вариантов. Если же числа достаточно большие, то подбор осуществляется в результате использования других приемов, обусловленных условием задачи. Решение задачи методом подбора удобно оформлять в виде таблицы.

Задача 3. *На дворе гуляли овцы и куры. У них было вместе 14 ног. Сколько было овец и сколько кур, если всего было 5 голов?*

Числовые данные задачи позволяют использовать прием перебора. При этом перебор можно начинать как с количества овец, так и с количества кур. Получаем две разные таблицы – два разных способа решения задачи подбором. Приведем одну из них:

Всего голов – 5 штук				Всего ног – 14 штук
Овцы		Куры		
Количество голов	Количество ног	Количество голов	Количество ног	
1	4	5 – 1 = 4	2 · 4 = 8	4 + 8 = 12
2	4 · 2 = 8	5 – 2 = 3	2 · 3 = 6	8 + 6 = 14

Процесс перебора закончен: 2 овцы и 3 курицы дают 14 ног.

Иногда процесс перебора из-за больших числовых данных неэффективен. Тогда подбор сокращается с учетом дополнительных условий или делается «прикидка» с последующей проверкой.

Алгебраический метод решения текстовых задач заключается в составлении по условию задачи уравнения или системы уравнений и решении их. Этот метод наиболее используем в средней школе при решении текстовых задач, а потому и наиболее знаком студентам. При решении задач алгебраическим методом также возможно использование различных приемов и получение различных исходных уравнений.

Задача 4. Предыдущая задача решается алгебраическим методом путем составления различных вариантов систем уравнений и их решения. Например:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+4y=14 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=5 \\ 4x+2y=14 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=14 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=5 \end{cases} \text{ и др.}$$

Решение систем приводит к одинаковому ответу: 2 овцы и 3 курицы.

ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Для решения задач арифметическим методом используются разные приемы.

Решение одних задач осуществляется в результате последовательного выполнения арифметических действий согласно условию задачи. Такое решение легко получить, проводя аналитико-синтетические рассуждения и сопровождая их построением соответствующей схемы (см. задачу 1, способ 1).

Для решения других задач или для отыскания других способов решения одной и той же задачи такой процедуры недостаточно. Требуется найти другие, «скрытые» связи между заданными величинами (см. задачу 1, способы 2 и 3).

Существует множество приемов, специфических, иногда придуманных, искусственных процедур, которые помогают решать задачи. При этом иногда один и тот же прием помогает решать разные типы задач.

Здесь будут рассмотрены наиболее распространенные приемы решения текстовых задач. Некоторые из них находят применение, хотя и в упрощенной форме, при решении задач в начальной школе.

При решении задач различными приемами используются чертежи, которые также можно считать специфическим приемом, позволяющим найти решение задачи.

1. ИЗМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА АРИФМЕТИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО КОМПОНЕНТ

Рассматриваемый прием решения некоторых текстовых задач основан на использовании правил изменения результатов арифметических действий в зависимости от изменения их компонент.

Сформулируем эти правила:

- если одно из слагаемых *увеличить* (уменьшить) на a, то сумма *увеличится* (уменьшится) на a.

· если уменьшаемое *увеличить* (уменьшить) на a, то разность *увеличится* (уменьшится) на a;

· если вычитаемое *увеличить* (уменьшить) на a, то разность *уменьшится* (увеличится) на a.

· если один из сомножителей *увеличить* (уменьшить) в a раз, то произведение *увеличится* (уменьшится) в a раз.

· если делимое *увеличить* (уменьшить) в a раз, то частное *увеличится* (уменьшится) в a раз;

· если делитель *увеличить* (уменьшить) в a раз, то частное *уменьшится* (увеличится) в a раз.

На основе этих правил можно сформулировать или вывести правила изменения результатов арифметических действий, когда одновременно изменяются оба компонента. Например:

· если одно из слагаемых *увеличить* (уменьшить) на a, а другое *увеличить* (уменьшить) на b, то сумма *увеличится* (уменьшится) на $a + b$ и т.д.

Рассматриваемый прием применим к задачам, разным по структуре, конструкции, содержанию и часто является дополнительным средством решения задачи, позволяющим отыскать разные способы решения.

Пример 1. На нефтяной базе в 5 баках было 1250 т нефти. Из первого бака перекачали во второй 68 т нефти, из третьего продали 115 т, а в четвертый поступило еще 150 т нефти. Сколько тонн нефти стало после этого во всех пяти баках?

Р е ш е н и е. Сумма пяти слагаемых равна 1250. Требуется узнать, какой станет сумма, если изменятся слагаемые. Выражение «Из первого бака перекачали во второй 68 т нефти» означает, что из первого бака взяли 68 т нефти, а во второй – добавили 68 т нефти, т.е. в первом баке количество нефти уменьшилось на 68 т, а во втором – увеличилось на 68 т. Эти не влияет на общую сумму. В третьем баке количество нефти уменьшилось на 115 т, а в четвертом – увеличилось на 150 т.

Решить задачу можно, выполняя последовательно описываемые действия. В результате получаются такие способы решения:

С п о с о б 1

1) 1250 – 115 = 1135 (т) – стало нефти после того, как из третьего бака продали 115 т

2) 1135 + 150 = 1285 (т) – стало нефти после того, как в четвертый бак поступило 150 т нефти.

С п о с о б 2.

1) 1250 + 150 = 1400 (т) 2) 1400 – 115 = 1285 (т).

Если же применить способ, основанный на зависимости суммы от изменения слагаемых, то получится иной способ решения.

С п о с о б 3. Заданные величины удобно представить таблицей:

Слагаемые					Сумма
I	II	III	IV	V	1250
– 68	+ 8	– 115	+ 150	0	+35
					1285

Одно слагаемое уменьшилось на 115, другое увеличилось на 150, значит, сумма увеличится на 35 (150 – 115 = 35).

Ответ: 1285 т нефти стало в 5 баках.

Пример 2. В двух мешках лежат яблоки. В первом мешке на 70 яблок больше, чем во втором. В каком мешке будет больше яблок и на сколько, если переложить из первого мешка во второй 45 яблок?

Р е ш е н и е. Выражение «В первом мешке на 70 яблок больше, чем во втором» означает: число 70 – разность между количеством яблок в первом и втором мешках. Требуется узнать, как изменится эта разность, если из первого мешка взяли 45 яблок (уменьшаемое уменьшили на 45), а во второй мешок добавили 45 яблок (вычитаемое увеличили на 45).

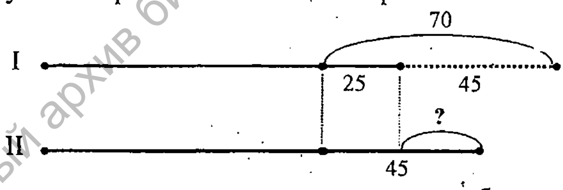
Первый мешок	a	–45
Второй мешок	b	+45
Разность	$a - b = 70$	–90

Разность уменьшилась на 90: $a - b = 70 - 70 - 20$, $b - a = 20$

Разность $(a - b)$ была равна 70, т.е. число a было **больше** числа b на 70. Теперь число a стало **меньше** числа b на 20, а число b – больше числа a на 20.

Ответ. Во втором мешке стало больше на 20 яблок.

Эту задачу можно решить с помощью чертежа.



Из чертежа видно, что во втором мешке стало больше на 20 яблок (45 – 25 = 20).

Ответ. На 20 яблок стало больше во втором мешке.

З а д а н и я

1. Пользуясь правилами изменения результатов действий в зависимости от изменения их компонентов, заполните таблицу:

a	+35	–35	+35	–35	+35	–35		a	
b	+65	–65	–65	+65			–65		$-a$
$a + b$	+100				+65	–65	+35	$-b$	$+b$

2. Пользуясь правилами изменения результатов действий в зависимости от изменения их компонентов, заполните таблицу:

a	+70	+70	−70	−70	+70	−70			$+a$	$-a$		$+b$
b	+30	−30	+30	−30			−30	+30	$+b$	$+b$	$-a$	
$a-b$					+30	−30	+70	−70			$+b$	$-a$

3. Пользуясь правилами изменения результатов действий в зависимости от изменения их компонентов, заполните таблицу:

a	·6	·6	:6	:6			$\cdot a$		$:b$	$\cdot a$
b	·12	:12			·6	:6	$:b$	$\cdot b$	$\cdot a$	
$a \cdot b$			:12	·12	:12	·12		$\cdot a$		$\cdot b$

4. Пользуясь правилами изменения результатов действий в зависимости от изменения их компонентов, заполните таблицу:

a	·8	:8	·8		:8		$:b$	$:a$		$\cdot a$
b	·4	:4		·4		:4		$\cdot b$	$\cdot a$	
$a : b$			:4	·8	·8	:8	$\cdot a$		$:b$	$\cdot b$

5. Пользуясь правилами изменения результатов действий в зависимости от изменения их компонентов, вычислите удобным способом (по образцу):

199 + 397 + 298 = (200 + 400 + 300) – 1 – 3 – 2 = 900 – 6 = 894

487 + 239   68 + 399

894 – 259   537 – 298

468 · 5   424 · 25   315 : 45   124 · 5

6. В городе 4 района. В одном районе число жителей увеличилось за год на 217 человек, в другом уменьшилось на 98 человек, в третьем уменьшилось на 128 человек, в четвертом увеличилось на 230 человек. Как изменилось за год население города?

7. В огороде, площадь которого 60 а, были посажены картофель, лук, морковь. В другом огороде под картофелем было на 10 а больше, чем в первом, а под луком и морковью на 8 а меньше, чем в первом. Какую площадь занимал второй огород?

8. В первом и четвертом классах учится вместе 80 учеников. В первом классе на 7 учеников больше, чем в третьем, а во втором классе на 6 учеников больше, чем в четвертом. Сколько учеников во втором и третьем классах вместе?

9. В двух садах было 725 кустов малины, смородины и крыжовника. Сколько ягодных кустов стало в этих садах, когда из второго пересадили в первый 45 кустов смородины, во второй посадили вновь 35 кустов крыжовника, а в первом вместо 20 кустов малины посадили плодовые деревья?

10. Предполагалось, что в двух соседних школах будет 860 учеников. Фактически в первую поступило на 28 человек, а во вторую на 22 человека больше, чем предполагалось. После этого в двух школах оказалось учащихся поровну. Какое количество учащихся предполагалось иметь в каждой школе?

11. В младших и старших классах средней школы всего 560 учеников. В другой средней школе в младших классах на 90 учеников больше, а в старших – на 40 учеников больше, чем в первой. Сколько учеников во второй школе?

12. В одном саду растут 450 яблонь и 570 вишен, в другом – яблонь на 80 больше, а вишен на 120 меньше, чем в первом. В каком саду больше яблонь и вишен вместе и на сколько?

13. В четырех коробках лежит чай. Когда из каждой коробки взяли по 9 кг, то во всех коробках осталось столько чая, сколько его было первоначально в каждой коробке. Сколько чая было в каждой коробке?

14. В двух ящиках было одинаковое количество лимонов. На сколько лимонов стало меньше в первом ящике, чем во втором, если из первого ящика переложили во второй 1 лимон? 2 лимона? n лимонов?

15. Рабочий сберегал каждый месяц с зарплаты 2000 руб. В один из месяцев он увеличил расходы на 1500 руб. при той же зарплате. Какими были его сбережения за этот месяц? Какими будут сбережения рабочего, если зарплата увеличится на 1500 руб., а расходы не изменятся?

16. В одном ящике на 12 кг гвоздей больше, чем во втором. Сколько килограммов гвоздей надо переложить из одного ящика в другой и как, чтобы: а) в первом ящике оказалось на 10 кг больше, чем во втором; б) стало поровну в обоих ящиках; в) в первом ящике оказалось на 8 кг меньше, чем во втором?

17. Разность двух чисел равна 21 513. Какова будет разность, если в уменьшаемом цифру тысяч 4 заменить цифрой 7, а в вычитаемом цифру тысяч 3 заменить цифрой 8 и цифру десятков 0 заменить цифрой 6?

18. Сестре 30 лет, брату 27 лет. Какая разница будет в их возрасте через 10 лет?

19. Одному трактористу осталось убрать на его участке 17 га. Сколько гектаров осталось убрать другому трактористу, если его участок был на 3 га меньше, чем у первого, а убрал он на 4 га больше, чем первый?

20. На первой полке на 23 книги больше, чем на второй. Как изменится эта разность, если с первой переложить на вторую 11 книг?

21. Книжный магазин продал 400 учебников по истории и 320 учебников по географии, после чего учебников по географии осталось на 120 больше, чем по истории. Каких учебников было больше и на сколько?

22. Как изменится площадь прямоугольника, если его длину увеличить в 2 раза, а ширину – в 6 раз? длину увеличить в 2 раза, а ширину уменьшить в 6 раз?

23. Два земельных участка одинаковой площади засеяны один хлопком, другой рисом. На следующий год под хлопок заняли втрое больший участок, а под рис – вдвое меньший. Во сколько раз участок под хлопком стал больше участка, засеянного рисом?

24. Билет в зоосад стоил 15 руб. Когда входную плату уменьшили, то количество посетителей увеличилось в 6 раз, а сбор увеличился в 2 раза. На сколько снижена входная цена?

25. За 6 часов на самолете пролетели в 3 раза больше, чем проехали поездом за 18 часов. Во сколько раз скорость самолета больше скорости поезда?

2. ОБРАТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ

Данный прием предполагает выполнение арифметических действий в порядке, обратном описанному в условии задачи. Это иногда называется «решить задачу с конца».

Пример 1. На двух деревьях сидели синицы. С первого дерева 9 синиц улетело, а со второго перелетело на первое 5 синиц. После этого на каждом дереве стало по 8 синиц. Сколько синиц было на каждом дереве первоначально?

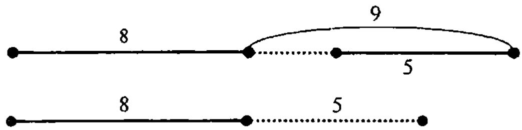
Р е ш е н и е. Условие задачи можно представить так:

Первое дерево	Второе дерево
Было – ? *Улетело – 9 синиц* *Прилетело – 5 синиц* *Стало – 8 синиц* $\square \xrightarrow{-9} \square \xrightarrow{+5} \boxed{8}$	*Было – ?* *Улетело – 5 синиц* *Стало – 8 синиц* $\square \xrightarrow{-5} \boxed{8}$

Чтобы получить ответ на вопрос задачи, требуется выполнить действия в обратном порядке (надо «вернуть» синиц обратно).

8 – 5 + 9 = 12 (синиц)	8 + 5 = 13 (синиц)

Задачу можно решать с помощью чертежа. Строить чертеж также будем, рассуждая «с конца». На каждом дереве **стало** по 8 синиц. Нарисуем два одинаковые отрезки, соответствующие этому факту, а дальше будем достраивать, следуя условию.



Ответ. Было 12 синиц и 13 синиц.

Задания

26. В первой коробке было 12 карандашей, а во второй меньше. Когда из первой коробки переложили во вторую 2 карандаша, то в двух коробках карандашей стало поровну. Сколько карандашей было во второй коробке?

27. Нина прочитала 12 страниц за 2 дня. Если бы в первый день она прочитала на 1 страницу больше, а во второй на 1 страницу меньше, то каждый день она читала бы поровну. По сколько страниц Нина читала каждый день?

28. У Антона, Сережи и Миши 18 марок. Когда Антон дал Сереже 1 марку, а Сережа дал Мише 2 марки, то у каждого из них марок стало поровну. Сколько марок было у каждого мальчика сначала?

29. У брата и сестры было вместе 8 конфет. Когда сестра отдала брату 3 конфеты, то конфет у них стало поровну. По сколько конфет у них было сначала?

30. После того, как съели половину всех вишен, а потом еще 5, на тарелке осталось 12 вишен. Сколько вишен было на тарелке первоначально?

31. Мама принесла конфеты для сына и дочери. Сын взял половину конфет, а дочь взяла половину остатка. После чего осталось 4 конфеты. Сколько конфет принесла мама?

32. В трех корзинках лежали яйца. Из первой корзинки взяли 25 яиц, из второй 19, а в третью положили 27 яиц. В трех корзинах стало 83 яйца. Сколько яиц было сначала в трех корзинах?

33. Задумали число. Взяли его четвертую часть, прибавили 26 и получили 30. Какое число задумали?

34. Неизвестное число умножили на 100, от результата отняли 80 и получили 720. Найди неизвестное число.

35. Из одного склада отправили на завод 86 т цемента, а с другого 55 т. Кроме того, со второго склада перебросили на первый склад 60 т цемента и отправили на строительную площадку 150 т цемента. На втором складе осталось на 70 т цемента больше, чем на первом. На каком складе было больше цемента и на сколько?

36. Учитель раздал ученикам 20 учебников по математике и 16 учебников по русскому языку. После этого учебников по русскому языку осталось на 6 больше, чем по математике. Каких учебников было больше и на сколько?

37. Если из второй цистерны перекачать в первую 50 т нефти, а из третьей в первую 20 т, то во всех цистернах нефти станет поровну. На сколько тонн было больше нефти во второй и третьей цистернах, чем в первой?

3. ДЕЛЕНИЕ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ (ДОЛИ И ДРОБИ)

Прием, связанный с равными частями, равными долями и действиями с ними, имеет широкое применение при решении самых разнообразных текстовых задач. Частные случаи задач – нахождение дроби от числа и нахождение числа по дроби.

Задачи, связанные с дробями, наиболее удачно сочетаются с графическим методом решения, так как их условие удобно моделировать отрезками. Это позволяет увидеть новые взаимосвязи между величинами и числами, заданными в условии задачи, и открывать новые способы решения задачи.

Пример 1. При размоле пшеницы получается: муки $\frac{4}{5}$ от всего количества, манной крупы – $\frac{1}{50}$. Остальную часть составляют отруби. Сколько муки, манной крупы и отрубей можно получить из 3 т пшеницы?

Р е ш е н и е. Представим условие в виде схемы:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Мука} - \frac{4}{5} - ?\,\textit{кг} \\[2ex] \textit{Крупа} - \frac{1}{50} - ?\,\textit{кг} \\[2ex] \textit{Отруби} - ?\,\textit{кг} \end{array}\right| \; 3\ \textit{т}$$

С п о с о б 1. Решать будем, используя правило нахождения доли от числа. Например, чтобы найти $\frac{4}{5}$ от чиела 3 т, надо число 3 умножить на $\frac{4}{5}$.

1) $3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ (т) = 2400 (кг) – получили муки

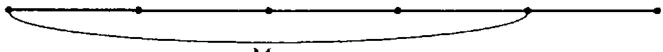
2) $3 \cdot \frac{1}{50} =$ (т) = 60 (кг) – получили манной крупы

3) 3000 – (2400 + 60) = 540 (кг) – отруби.

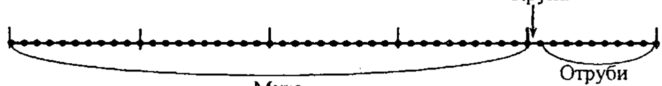
Вычисления можно проводить в другом порядке, по-другому выполнить некоторые действия. Получаются другие арифметические способы решения задачи.

Задачи данной группы удобно моделировать с помощью отрезков. Это дает возможность найти другие, иногда более удобные, способы решения задачи.

Обозначим произвольным отрезком количество пшеницы и отметим на этом отрезке заданные в условии величины.



Можно чертеж сделать в другом масштабе, разделив весь отрезок на 50 равных частей:



Вся пшеница составляет 50 равных частей (маленьких отрезков), мука – 40 таких частей, крупа – 1 часть, отруби – 9 частей. Данный чертеж подсказывает способы решения задачи, отличные от приведенных выше.

Задания

38. В одном городе число мужчин составляет $\frac{9}{10}$ проживающих там женщин. Какую часть от всего населения города составляют мужчины? Сколько женщин живет в городе, если число мужчин и женщин в городе равно 380 000 человек?

39. На настилку $\frac{3}{5}$ площади пола израсходовали 15 досок. Сколько досок потребуется на весь пол?

40. Сколько подсолнечного масла можно сделать из 560 т семян подсолнечника, если вес зерна составляет 0,7 веса семян, а вес масла составляет 0,25 веса зерна?

41. Выход масла из сливок составляет $\frac{1}{4}$. Сливки составляют $\frac{4}{25}$ веса молока. Сколько надо молока, чтобы получить 1 ц масла?

42. Четверо товарищей купили вместе лодку. Первый внес половину суммы, вносимой остальными; второй – $\frac{1}{3}$ суммы, вносимой тремя остальными; третий – $\frac{1}{4}$ суммы, вносимой тремя остальными; четвертый – остальные 1300 руб. Сколько стоит лодка, и сколько денег внес каждый?

43. За 4 дня ученики собрали 602 кг макулатуры. В первый день они собрали $\frac{3}{14}$ всего количества макулатуры, во второй – в $1\frac{1}{2}$ раза больше, а в третий – $\frac{4}{5}$ того, что собрали в первые два дня, а в четвертый – остальную макулатуру. Сколько килограммов макулатуры собирали ученики каждый день?

44. Строительная бригада вначале получила $\frac{7}{12}$ отпущенных ей денег, потом $\frac{2}{5}$ остатка и, наконец, последние 7500 руб. Все деньги пошли на оплату строительных материалов. За кирпич заплатили в 3 раза больше, чем за цемент, а за железо на 600 руб. больше, чем за кирпич. Сколько денег заплатили за кирпич?

45. Скорость полета скворца в $1\frac{1}{2}$ раза больше, скорости вороны и при этом составляет $\frac{1}{3}$ часть скорости чайки. Скорость стрижа равна $\frac{2}{3}$ скорости чайки и в $1\frac{2}{3}$ раза больше скорости голубя, которая равна 90 км/ч. Определить скорость полета указанных птиц.

46. В первый день автомобиль прошел всего $\frac{17}{30}$ расстояния, во второй – $\frac{3}{20}$ всего расстояния, остальное расстояние автомобиль прошел за третий и четвертый день, причем $\frac{1}{7}$ пути, пройденного автомобилем в третий день, составляет $\frac{1}{10}$ пути, пройденного ей в четвертый день. Сколько километров проехал автомобиль в каждый из четырех дней, если в первый день он проехал на 162 км больше, чем в третий?

47. На хлебокомбинат привезли ржаную и пшеничную муку. Вес пшеничной муки составляет $\frac{3}{5}$ веса ржаной, причем ржаной муки было привезено на 4 т больше, чем пшеничной. Сколько пшеничного и ржаного хлеба получится из этой муки, если припек составляет $\frac{2}{5}$ веса муки?

48. Для 80 племенных на 30 дней и 12 рабочих лошадей на 25 дней требуется запас сена в 10 т 5 ц. Известно, что $\frac{1}{4}$ дневной нормы племенной лошади равна $\frac{1}{3}$ дневной нормы рабочей лошади. Сколько съели сена племенные лошади и сколько рабочие?

4. ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ – ДОПУСТИМАЯ ЗАМЕНА – УРАВНИВАНИЕ

Один из приемов, помогающих найти решение задачи, заключается в переформулировке условия задачи, замене некоторых данных с целью уравнивания других данных. Задачи данного вида хорошо решаются разными методами: арифметическим, алгебраическим, с помощью отрезков. Для учащихся начальных классов их можно адаптировать с помощью подбора.

Пример 1. Карандаш с тетрадью стоят 7 коп, а 5 таких же карандашей и 2 тетради – 23 коп. Определить цену тетради и карандаша.

Р е ш е н и е. Условие оформим таблицей:

Количество тетрадей	Количество карандашей	Общая стоимость
1	1	7 коп.
2	5	23 коп.

Задача легко решается в случае, когда количество карандашей или тетрадей при разных покупках одинаково. Тогда разница в количестве других предметов образует разницу в стоимости покупки. Выполнить уравнивание можно по-разному. Решение можно оформлять в таблице.

Количество тетрадей	Количество карандашей	Общая стоимость
1	1	7 коп.
2	5	23 коп.
	Способ 1	
2	2	14 коп.
	3	$23 - 14 = 9$ (коп.)
	1	$9 : 3 = 3$ (коп.)
1		$7 - 3 = 4$ (коп.)
	Способ 2	
5	5	$7 \cdot 5 = 35$ (коп.)
$5 - 2 = 3$		$35 - 23 = 12$ коп.
1		$12 : 3 = 4$ (коп.)
	1	$7 - 4 = 3$ (коп.)
	Способ 3	
$2 - 1 = 1$	$5 - 1 = 4$	$23 - 7 = 16$ (к.)
	$4 - 1 = 3$	$16 - 7 = 9$ (коп.)
	1	$9 : 3 = 3$ (коп.)
1		$7 - 3 = 4$ (коп.)

Пример 2. Купили 14 конвертов по цене 6 коп. и 17 коп. За покупку заплатили 1 руб. 83 коп. Сколько тех и других конвертов купили?

Р е ш е н и е. Условие задачи можно представить в виде схемы или таблицы:

$$14 \text{ к.} \left\{ \begin{array}{l} ? \text{ к. по 17 коп.} \\ \\ ? \text{ к. по 6 коп.} \end{array} \right\} 1 \text{ руб. } 83 \text{ коп.} = 183 \text{ коп.}$$

Цена конверта	Количество конвертов	Стоимость
17 коп.		
6 коп.	14 шт.	183 коп.

Будем выполнять замену данных в условии задачи: считать, что цена конвертов одинакова.

С п о с о б 1. Предположим, что все конверты были по цене 6 коп. Тогда имеем такое решение:

1) $6 \cdot 14 = 84$ (коп) – было бы уплачено за покупку

2) 183 – 84 = 99 (коп.) – была бы разница в стоимости

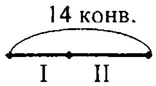
3) 17 – 6 = 11 (коп.) – разница в цене конвертов

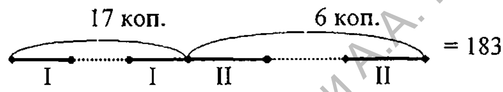
4) 99 : 11 = 9 (к.) – куплено конвертов по 17 коп.

5) 14 – 9 = 5 (к.) – куплено конвертов по 6 коп.

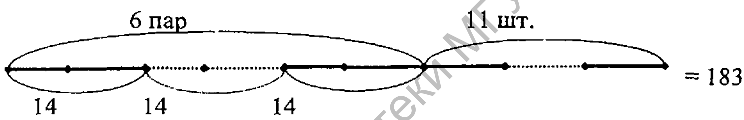
С п о с о б 2 получится, если предположить, что все конверты были по 17 коп.

Данная задача может решаться с помощью отрезков. Обозначим произвольными отрезками количество тех и других конвертов. В сумме эти два отрезка составляют число 14, т.к. всего было 14 конвертов. Стоимость конвертов каждого вида получится, если цену конверта умножить на их количество.





Перегруппируем отрезки обоих видов, образовав из них пары, каждой из которых соответствует число 14. Таких пар будет 6, а 11 отрезков останутся без пары.



Определим, какое число соответствует одному такому отрезку:

$(183 - 14 \cdot 6) : 11 = 9$.

Значит, конвертов второго вида было 9, тогда первого 5.

Алгебраический метод решения задачи может быть реализован по-разному, в зависимости от того, какую из величин обозначим через x или y. Получим разные системы уравнений:

$\begin{cases} x + y = 14 \\ 17x + 6y = 183 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = 14 \\ 6x + 17y = 183 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = 183 \\ x : 17 + y : 6 = 14 \end{cases}$ и др.

Решение систем приводит к одинаковому ответу.

Ответ. 9 конвертов, 5 конвертов.

Пример 3. На запасном пути стоят один за другим 14 пассажирских и 48 товарных вагонов, общей длиной 490 м. Длина пассажирского вагона на 4 м больше товарного. Определить длину каждого вагона.

Р е ш е н и е.

	Длина одного вагона	Количество вагонов	Общая длина
Пассажирский	? на 4 м больше	14	490 м
Товарный	?	48	

С п о с о б 1. Предположим, что все 48 товарных вагонов – пассажирские. Тогда общая длина состава будет больше, т.к. пассажирский вагон длиннее товарного на 4 м. Получаем решение:

1) 14 + 48 = 62 (в.) – всего вагонов в составе

2) 4 · 48 = 192 (м) – на столько был бы длиннее состав

3) 490 + 192 = 682 (м) – была бы длина состава

4) 682 : 62 = 11 (м) – длина одного пассажирского вагона

5) 11 – 4 = 7 (м) – длина товарного вагона

С п о с о б 2 получится, если все пассажирские вагоны заменить товарными.

Метод подбора для этой задачи можно представить так:

Длина товарного вагона	Длина пассажирского вагона	Общая длина
1 м	1 + 4 = 5 м	1·48 + 5·14 = 118 ≠ 490
2 м	2 + 4 = 6 м	2·48 + 6·14 = 180 ≠ 490
…	…	…
7 м	7 + 4 = 11 м	7·48 + 11·14 = 490

Пример 4. На викторине участникам было предложено 30 вопросов. За правильный ответ засчитывали 7 очков, а за неправильный списывали 6 очков. Сколько верных ответов дал победитель, если он набрал 119 очков?

Р е ш е н и е. Условие задачи представим таблицей:

	За один вопрос	Количество вопросов	Всего очков
Правильный	Начисляется 7 очков	30	119
Неправильный	Списывается 6 очков		

В данной задаче имеется усложняющий элемент, который надо раскрыть. За каждый правильный ответ ***зачисляется*** 7 очков, а за неправильный – ***не начисляется*** этих самых 7очков да еще ***списывается*** 6 очков, т.е. за каждый неправильный ответ ***теряется*** 13 очков.

Задачу можно решить разными способами.

С п о с о б 1. Предположим, что все ответы – правильные.

1) 7 · 30 = 210 (очков) – набрал бы участник викторины, если бы дал все правильные ответы

2) 210 – 119 = 91 (очко) – столько потеряно очков

3) 91 : 13 = 7 (ответов) – столько было неправильных ответов

4) 30 – 7 = 23 (ответа) – правильные.

С п о с о б 2. Для решения этой задачи можно применить и другой прием.

	За один вопрос	Количество вопросов	Всего очков
Правильный	+ 7 очков	30	119
Неправильный	– 6 очков		

Диапазон чисел, заданных условием задачи, находится в положительной и отрицательной областях.

Если участник ответит на все вопросы правильно, то получит 210 очков, если ни одного правильного ответа не даст, то получит (–180) очков. Задача упрощается, если этот диапазон передвинуть только в область положительных чисел. По новой шкале получится: за не правильный ответ начисляется 0 очков, а за правильный – 13; максимальное количество очков, которое может набрать участник викторины, равно 390 ($13 \cdot 30 = 390$). Числу 119 по этой шкале будет соответствовать число 299 ($119 + 180 = 299$).

Теперь задачу можно переформулировать так. Участник викторины набрал 299 очков. Сколько он дал правильных ответов, если за каждый правильный ответ ему начисляли по 13 очков? Такая задача решается одним действием: 299 : 13 = 23 (ответа).

Пример 5. Совхоз отправил в город 75 ящиков груш и 180 ящиков яблок общим весом 6 т 720 кг. Известно, что 4 ящика яблок весили столько же, сколько 3 ящика груш. Сколько весили все груши и все яблоки?

Р е ш е н и е. Оформим условие в виде таблицы:

	Весят одинаково	Масса одного ящика	Количество ящиков	Общая масса	
Груши	3 ящика	?	75	?	6720 кг
Яблоки	4 ящика	?	180	?	

С п о с о б 1. Заменим все ящики с грушами ящиками с яблоками. Каждые 3 ящика груш заменяются на 4 ящика яблок.

1) 75 : 3 = 25 (раз) – по 3 ящика

2) $4 \cdot 25 = 100$ (ящиков) – получится вместо 75 ящиков груш

3) 180 + 100 = 280 (ящиков) – всего было бы

4) 6720 : 280 = 24 (кг) – масса одного ящика с грушами

Далее легко находится ответ на вопрос задачи.

С п о с о б 2 получится, если заменить ящики с яблоками на ящики с грушами и выполнить аналогичные действия.

Пример 6. Машина проехала расстояние между двумя городами за 14 ч. При этом $\frac{2}{5}$ пути она шла со скоростью 25 км/ч, а остальной путь – со скоростью 50 км/ч. Найти расстояние между городами.

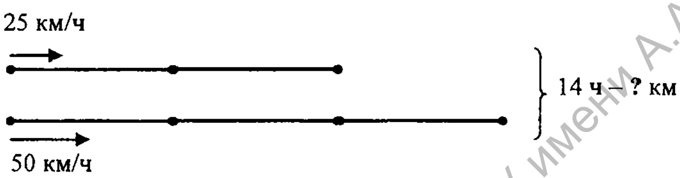
Р е ш е н и е. Условие представляет таблица:

Скорость	Время	Расстояние
25 км/ч	14 ч	$\frac{2}{5}$
50 км/ч		$\frac{3}{5}$

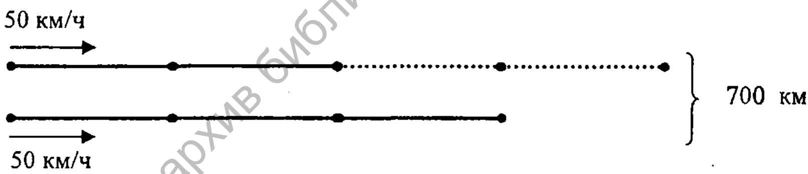
Данная задача требует, кроме приема предположения, использовать еще действия с равными частями.

Условие задачи можно смоделировать с помощью отрезков.

Весь путь состоит из двух участков: на одном машина шла со скоростью 25 км/ч (это $\frac{2}{5}$ всего пути), на втором – 50 км/ч (это $\frac{3}{5}$ всего пути).



С п о с о б 1. Предположим, что весь путь машина ехала со скоростью 50 км/ч. Тогда за 14 ч она прошла бы расстояние, равное 700 км ($50 \cdot 14 = 700$). Определим, как изменился бы при этом первый участок пути. Так как скорость на нем увеличилась бы в 2 раза, то и расстояние удвоилось бы. Получается такая модель: .

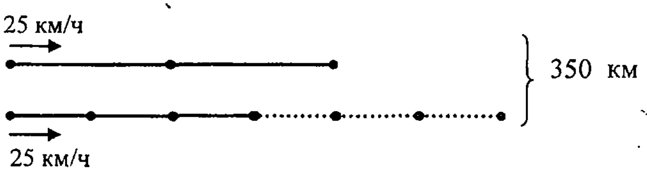


Теперь выполним вычисления. По чертежу видно, что числу 700 соответствует 7 равных отрезков (частей).

$700 : 7 = 100$ (км) – составляет одна часть,

$100 \cdot 5 = 500$ (км) – путь, который прошли машины.

С п о с о б 2. Предположим, что весь путь машина ехала со скоростью 25 км/ч. При этом второй участок пути уменьшился бы в 2 раза:



Дальше решение аналогично предыдущему.

Решения задачи алгебраическим методом может быть, например, представлено таким уравнением:

$$\frac{\frac{2}{5}x}{50}+\frac{\frac{3}{5}x}{25} = 14 \text{ (если принять все расстояние за } x\text{)}$$

или системой уравнений (если за x и y принять время движения на каждом участке пути):

$$\begin{cases} x+y=14 \\ \dfrac{25x}{50y}=\dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Для данной задачи метод подбора можно применить не с помощью перебора всех вариантов (числовые данные не удобны для этого), а с помощью «прикидки» и последующей проверки.

Пусть, например, искомое расстояние будет 1000 км (число берем произвольное, но желательно, чтобы оно было удобное для вычислений).

Скорость	Время	Расстояние	
25 км/ч	? ч	1000 км	$\frac{2}{5}$ – 400 км
50 кч/ч			$\frac{3}{5}$ – 600 км

Вычислим время, которое затратит автомобиль на путь в 1000 км.

$$400 : 25 + 600 : 50 = 16 + 12 = 28 \text{ (ч)}.$$

А на самом деле затрачено 14 ч. Расстояние и время связаны прямо пропорциональной зависимостью: во сколько раз увеличилось расстояние, во столько раз увеличилось и время.

28 : 14 = 2 (раза), 1000 : 2 = 500 км – искомое расстояние.

Ответ. 500 км.

Задания

49. Если купить одну плитку шоколада и 2 пачки печенья, то придется заплатить 2 руб., а за 2 плитки такого же шоколада и 1 пачку печенья – 2 руб. 80 коп. Какова цена шоколада и печенья?

50. 30 пирожных стоят на 3 руб. дороже, чем 40 пирожков. Те же 30 пирожных стоят на 2 руб. 10 коп. дороже, чем 50 таких же пирожков. Сколько стоит одно пирожное и один пирожок?

51. 5 автобусов и 6 троллейбусов могут за один рейс перевезти 425 человек, а 2 автобуса и 3 троллейбуса могут перевезти 200 человек. Сколько пассажиров вмещается в троллейбусе?

52. На запасном пути стоит состав из 7 пассажирских и 20 товарных вагонов, общей длиной 217 м. Длина пассажирского вагона на 4 м больше товарного. Определить длину каждого вагона.

53. С двух одинаковых участков общей площадью 4 га собрали 358 ц 90 кг чайного листа. Урожайность на одном из участков была на 10 ц 45 кг больше, чем на другом. Определить урожайность на каждом участке.

54. На 8 ч работы трактора одной марки и 11 ч работы трактора другой марки нужно 153 кг топлива. Норма расходу топлива трактора первой марки в 5 раз больше, чем трактора другой марки. Определить норму расхода топлива для каждого трактора.

55. От куска ткани длиной 24 м отрезали на 3 детских платья и 5 платьев для взрослых. На одно детское платье шло ткани в 2 раза меньше, чем на платье для взрослых. В куске осталось 4,5 м ткани. Сколько метров ткани идет на одно детское платье?

56. 1350 медных котлов трех размеров весят 198 ц. Котлов большего размера было в 3 раза меньше, чем среднего и в 5 раз меньше, чем малого. Меньший котел был на 6 кг легче среднего, а последний на столько же легче большего. Сколько весит каждый из котлов?

57. Купили 8 билетов в партер и 7 билетов на балкон. За все заплатили 19 руб. Билет в партер стоит на 50 коп. дороже билета на балкон. Сколько стоит билет в партер?

58. Куплено 9 кг крона, 11 кг белил и 7 кг охры. Все это стоило 34 руб. 60 коп. Известно, что 1 кг крона на 40 коп. дороже 1 кг белил, а 1 кг белил на 20 коп. дороже 1 кг охры. Сколько стоит 1 кг краски каждого вида?

59. За 7 м ситца и 12 м полотна уплачено 25 руб. 80 коп. Метр полотна в 3 раза дороже метра ситца. Сколько стоит 1 м каждой ткани?

60. Из куска ткани сшили 20 больших и 15 малых наволочек. На каждую малую наволочку шло ткани в 2 раза меньше, чем на большую. Сколько ткани пошло на одну большую и одну маленькую наволочку, если в куске было $24\frac{3}{4}$ м ткани?

61. В клетке сидят куры и кролики. Лена подсчитала, что у них 17 голов и 44 ноги. Сколько кур и сколько кроликов в клетке?

62. Бабушка растит гусей и кроликов. У них вместе 25 голов и 54 ноги. Сколько гусей и сколько кроликов у бабушки?

63. Поезд состоит из двухосных и четырехосных вагонов. Всего вагонов – 45, а осей 140. Определить число двухосных и четырехосных вагонов в отдельности.

64. Через мост за день проехало 320 легковых автомобилей и велосипедов, всего 1000 колес. Сколько проехало автомобилей?

65. На 4 пальто для взрослых пошло столько же ткани, сколько на 7 детских. Сшито 60 пальто для взрослых и 35 детских. Общий расход ткани составил 224 м. Сколько ткани пошло на все пальто для взрослых?

66*. 18 рабочих и 12 подростков могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней 3 рабочих и 20 подростков могут выполнить ту же работу, если производительность труда 4 подростков равна производительности труда 3 рабочих?

67*. 8 кг очищенных орехов содержат столько же жиров, сколько 6 кг сливочного масла, причем в 1 кг масла на 200 г жиров больше, чем в 1 кг орехов. Сколько жиров содержит 1 кг масла и 1 кг орехов?

68. При посещении выставки было куплено 78 детских билетов и 16 билетов для взрослых. За все билеты заплачено 25200 руб. Определить цену билетов, если детский билет в 3 раза дешевле билета для взрослого.

69. Турист проехал всего 180 км. Он ехал 5 ч на автобусе и 3 ч на катере. Сколько километров пути он проехал на автобусе и сколько на катере, если скорость автобуса была в 3 раза больше скорости катера?

70. На школьной олимпиаде было предложено 10 задач. За правильное решение засчитывали 3 очка, а за каждую нерешенную задачу списывали 2 очка. Сколько задач было решено правильно учеником, который набрал 10 очков?

71. Один экскаватор вынимает в час на 60 м^3 земли больше, чем второй. Оба экскаватора вынули вместе 10 320 м^3 земли, причем первый работал 20 ч, а второй – 18 ч. Сколько земли вынимает каждый экскаватор в час?

72. Путь в 1220 км пройден за 6 ч автомобилем, 15 ч поездом и 7 ч пароходом. Скорость автомобиля в 2 раза больше скорости поезда и в 4 раза больше скорости парохода. Определить путь, пройденный каждым видом транспорта.

73. На двух автомобилях перевезли 15 т 750 кг картофеля. На одном сделали 5 поездок, на другом – 3 поездки. Сколько тонн картофеля перевезли на каждом автомобиле, если на первом за две поездки перевезли столько, сколько на втором за три поездки?

74. Автомобилю «Волга» на 7 км пути требуется столько же топлива, сколько «Москвичу» на 15 км пути. «Волга» прошла 280 км, а «Москвич» – 400 км. Общий расход топлива составил 63 кг. Определить расход топлива каждой машины на 1 км.

75*. Три экспедиции, которые идут в разных направлениях, прошли общий путь в 3303 км. Маршрут первой экспедиции был в 3 раза длиннее маршрута второй экспедиции, и на 237 км длиннее маршрута третьей экспедиции. Третья экспедиция ехала поездом 13 ч, пароходом 23 ч и пешком 36 ч. Какова была средняя скорость парохода, если эта скорость была на 39 км/ч меньше скорости поезда и на 19 км/ч больше скорости пешего движения?

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

Из бесконечного множества задач можно выделить характерные группы задач, имеющих одинаковую зависимость между данными и искомыми, одинаковую «конструкцию». Такие группы задач образуют определенный *тип*. Задачи каждого типа решаются одними и теми же приемом. При этом разные типы задач иногда решаются с использованием одних и тех же приемов.

Существует значительное число типов задач, но здесь будут рассмотрены наиболее распространенные типы, представленные в школьных учебниках математики начальных и 4– 6 классов.

В «чистом» виде типовые задачи встречаются на начальном этапе обучения, а большинство задач представляют собой сочетание разных типов, содержат разные «примеси». Умение распознавать в задаче присутствие тех или иных типов способствует быстрому определению взаимосвязей между данными и искомыми величинами и нахождению разных способов решения задачи.

Зная основные типы задач и приемы их решения, можно легко решать «межтиповые» задачи, «многотиповые».

Название типов задач обычно обусловлено структурой задачи, определяющей взаимосвязь между величинами, присутствующими в задаче.

При решении предлагаемых типовых задач следует пользоваться арифметическим методом, при этом стремиться отыскать разные способы решения при помощи отрезков.

1. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

Прием решения задач данного типа основан на правиле нахождения среднего арифметического нескольких чисел.

Среднее арифметическое нескольких чисел – это частное от деления суммы этих чисел на их количество.

Пример 1. Товарный поезд 3 ч шел со скоростью 60 км/ч, затем 2 ч со скоростью 55 км/ч и 4 ч со скоростью 40 км/ч. Определить среднюю скорость поезда.

Р е ш е н и е. Можно представить условие задачи в виде таблицы:

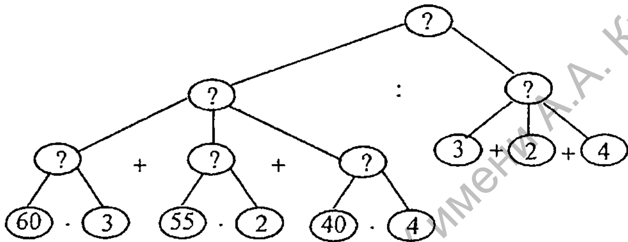
Время	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Скорость	60	60	60	55	55	40	40	40	40

Тогда средняя скорость – это среднее арифметическое десяти данных чисел: (60 + 60 + 60 + 55 + 55 + 40 + 40 + 40 + 40) : 9 = 450 : 9 = 50 (км/ч).

Можно рассуждать иначе: скорость – это расстояние, пройденное за 1 ч. Чтобы найти среднюю скорость, надо все расстояние, пройденное товарным поездом, разделить на время, которое он затратил на весь путь.

Скорость	Время	Расстояние	
60 км/ч	3 ч	?	?
55 км/ч	2 ч	?	
40 км/ч	4 ч	?	

Решение осуществляется по схеме:



1) $60 \cdot 3 + 55 \cdot 2 + 40 \cdot 4 = 450$ (км) – всего проехал поезд

2) $3 + 2 + 4 = 9$ (ч) – затратил поезд на весь путь

3) $450 : 9 = 50$ (км/ч) – средняя скорость поезда.

З а д а н и я

76. Взвешиванием установили массы пяти овец: 28,5 кг, 32,6 кг, 35,1 кг, 30,3 кг, 27 кг. Вычислить среднюю массу овцы.

77. Чтобы определить урожайность пшеницы, сняли урожай с трех участков площадью по 1 кв.м. На одном участке из них урожай составил 300 г, на другом – 320 г, на третьем – 280 г. Найти среднюю урожайность пшеницы с 1 га.

78. Измерение высоты горы сделали 5 раз и получили следующие результаты: 2 раза 1017,5 м, 2 раза 1018 м. Средняя высота оказалась 1017,25 м. Какой результат получился при пятом измерении?

79. Ученик 5 раз измерил шагами расстояние от своей квартиры до школы и получил такие данные: 1520, 1510, 1485, 1495, 1490. Сколько в среднем минут идет ученик от дома до школы, если считать шаг ученика за 70 см и среднюю скорость его движения 4200 м/ч?

80. Чтобы узнать массу капли, сначала взвесили пустой стакан, а потом в него накапали 100 капель воды и взвесили снова. Оказалось, что масса пустого стакана 55 г, а масса стакана с водой 62 г. Найти среднюю массу одной капли.

81. На огороде собрано картофеля с 50 кустов по 1100 г, с 70 кустов – по 800 г, с 80 кустов – по 900 г с каждого куста. Сколько граммов картофеля в среднем собрано с каждого куста?

82. Расстояние между двумя поселками 48 км. Из одного поселка в другой бежала лошадь со скоростью 12 км/ч. Обратно лошадь возвращалась с наездником со скоростью 6 км/ч. Какова средняя скорость движения лошади?

83. Автомобиль двигался 3,2 ч по шоссе со скоростью 90 км/ч, затем 1,5 ч по грунтовой дороге со скоростью 45 км/ч и 0,3 ч по проселочной дороге со скоростью 30 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля.

84. Поезд находился в пути 5 часов. 2 часа он шел со скоростью 70 км/ч. С какой скоростью поезд шел остальное время, если его средняя скорость оказалась равной 73 км/ч?

85. Теплоход был в пути 20 часов. 10 часов он шел со скоростью 15 км/ч, 5 часов – со скоростью 18 км/ч, остальное время стоял. Какова средняя скорость теплохода?

86. Бригада из пяти плотников и одного столяра выполнила работу. Плотники получили за нее по 200 р., а столяр – на 30 р. больше среднего заработка бригады.. Сколько получил за работу столяр?

2. ВРЕМЕННЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

Временные промежутки характеризуются тремя величинами: начало события, его продолжительность и конец. В данную группу вошли задачи, в которых требуется определить одну из этих величин по известным другим. Решение задач основано на переводе календарных чисел в арифметические и наоборот. При этом надо учитывать, что 1 год (обычный) составляет 365 дней или 12 месяцев, а количество дней по месяцам следующее: январь – 31, февраль – 28, март – 31, апрель – 30, май – 31, июнь – 30, июль – 31, август – 31, сентябрь – 30, октябрь – 31, ноябрь – 30, декабрь – 31. Високосный год содержит на 1 день больше. Этот день добавляется в февраль месяц.

Пример 1. Ученик поступил в школу 29 августа 1985 г. и окончил ее через 9 лет 9 месяцев и 15 дней. Когда ученик окончил школу?

Р е ш е н и е. Переведем календарное число 29 августа 1985 г в арифметическое, которое показывает, сколько времени прошло от начала нашего летоисчисления до поступления ученика в школу. Получим: 1984 года 7 месяцев 28 дней. Теперь ответим на вопрос задачи:

$$\begin{array}{r}
+\begin{array}{r} 1984\text{ г. } 7\text{ мес. } 28\text{ дн.} \\ 9\text{ л. } 9\text{ мес. } 15\text{ дн.} \end{array} \\ \hline
1993\text{ г. } 16\text{ мес. } 43\text{ дн.}
\end{array} = 1994\text{ г. } 4\text{ мес. } 43\text{ дн.} = 1994\text{ г. } 5\text{ мес. } 12\text{ дн.}$$

Полученное арифметическое время переведем в календарное и получим ответ на вопрос задачи: ученик окончил школу 13 июня 1995 г.

Задания

87. Определить месяц и число, если от начала 1996 года прошло 300 дней?

88. От начала 1980 г. прошло 98 дней 15 часов 10 минут. Какой наступил месяц, число и час?

89. Жаворонки улетели 14 августа и прилетели весной, через 222 дня. Когда они прилетели?

90. Николай Васильевич Гоголь родился 1 апреля 1809 г. и жил 42 года 11 месяцев и 3 дня. Когда отмечалась дата 100-летия со дня смерти и 150 лет со дня рождения?

91. Николай Алексеевич Некрасов умер 8 января 1878 г. Жил он 56 лет 1 месяцев и 4 дня. Когда он родился?

92. Александр Васильевич Суворов родился 13 декабря 1730 г., а умер 6 мая 1800 г. Определить продолжительность его жизни.

93. Первое кругосветное путешествие закончилось 6 сентября 1522 года и продолжалось 2 года 11 месяцев и 17 дней. Определить дату отплытия эскадры Магеллана от морского порта Севильи.

94. Строительство завода, рассчитанное на 2 года 6 месяцев, было закончено 6 марта 1996 г. Какого числа была начата стройка, если строительство выполнено за 8 месяцев и 12 дней до срока?

95. Если к половине дней, прошедших с начала года, прибавить третью часть количества дней, оставшихся до конца года, то получится количество уже прошедших дней. Определить число и месяц, когда это будет (год високосный)?

96. Юра и Саша должны были встретиться в 8 часов утра. Юра думает, что его часы спешат на 25 мин, хотя в действительности они отстают на 10 мин. Саша считает, что его часы отстают на 10 мин, хотя на самом деле они спешат на 5 мин. В какое время каждый из них будет на месте встречи, если они будут стремиться прийти за 5 мин до назначенного срока?

97. Мальчик делал уроки в течении 3 ч. Настенные часы били каждый час и мальчик насчитал всего 18 ударов. С какого по какой час он делал уроки?

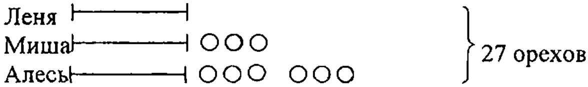
3. СУММА И РАЗНОСТЬ

Этот тип задач распознается по структуре: имеется сумма двух или нескольких чисел и их разница, заданная с помощью отношения «больше на...» или «меньше на...». Требуется определить эти числа.

Основные приемы, используемые при решении таких задач в чистом виде – уравнивание, деление на равные части.

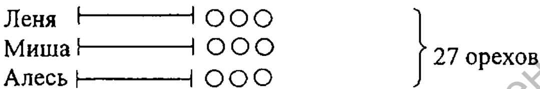
Пример 1. У Алеся, Миши и Лени вместе 27 орехов. У Алеся на 3 ореха больше, чем у Миши, а у Миши на 3 ореха больше, чем у Лени. Сколько орехов у каждого?

Р е ш е н и е. Построим схематический рисунок по условию задачи:



Уравнивание можно выполнить по каждому из трех чисел.

С п о с о б 1. Уравняем количество орехов у мальчиков по количеству орехов у Миши. Для этого Лене надо добавить 3 ореха, а у Алеся убрать 3 ореха. Общее количество орехов при этом не изменится:



1) 27 : 3 = 9 (орехов) – было бы у каждого мальчика (столько орехов было у Миши)

2) 9 – 3 = 6 (орехов) – было у Лени

3) 9 + 3 = 12 (орехов) – было у Алеся.

С п о с о б 2. Уравняем количество орехов у мальчиков по Лене. Для этого у Миши надо убрать 3 лишних ореха, а у Алеся 6 орехов (3 и 3). При этом общее количество орехов уменьшится:

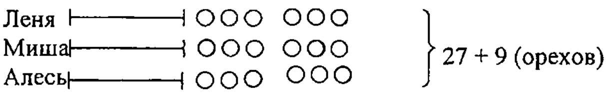
1) 27 – 9 = 18 (орехов) – было бы всего орехов у троих

2) 18 : 3 = 6 (орехов) – было у Лени

3) 6 + 3 = 9 (орехов) – было у Миши

4) 9 + 3 = 12 (орехов) – было у Алеся.

С п о с о б 3. Уравняем количество орехов у мальчиков по Алесю.



1) 27 + 9 = 36 (орехов) – было бы всего орехов у троих детей

2) 36 : 3 = 12 (орехов) – было у Алеся

3) 12 – 3 = 9 (орехов) – было у Миши

4) 9 – 3 = 6 (орехов) – было у Лени.

Ответ. 6 орехов, 9 орехов, 12 орехов.

Задания

100. В двух пакетах два десятка яиц. Когда из первого пакета взяли 2 яйца, то в каждом пакете яиц стало поровну. Сколько яиц было в каждом пакете первоначально?

101. У Тани 25 конфет. Сколько конфет она может отдать брату, чтобы у нее осталось на 9 конфет больше, чем у брата?

102. Расстояние между городами *А* и В 106 км. Село находится между городами на 16 км ближе к городу *В*. На каком расстоянии от города А находится это село?

103. Три отряда собрали вместе 5 т 384 кг макулатуры. Первый отряд собрал на 956 кг меньше третьего, а второй отряд – на 524 кг меньше третьего. На какую сумму собрал макулатуры каждый отряд, если 1 кг ее стоит 20 руб.?

104. За квартал магазин продал 14 108 радиоприемников, телевизоров и автомобилей. Сколько продано товаров каждого вида, если телевизоров продано на 3250 меньше, чем радиоприемников, но на 4892 больше, чем автомобилей?

105. С трех участков общей площадью 148 га собрали 7290 ц зерна. Первый участок на 8 га больше третьего и собрали с него на 1340 ц больше, чем со второго. Второй участок на 30 га меньше первого и собрали с него на 670 ц меньше, чем с третьего. Определить урожай с 1 га на втором участке.

106. Если взять по одному стакану перловой, гречневой и рисовой крупы, то общая масса будет 630 г. Стакан перловки на 40 г тяжелее стакана гречки, а последняя на 50 г легче риса. Израсходовали 12 кг 350 г крупы: гречневой на 100 г больше, чем перловой, и на 105 г больше, чем рисовой. Сколько стаканов гречневой крупы было израсходовано?

107. Площадь двух смежных участков равна 2960 га. Если от первого отрезать и прибавить к другому 420 га, то участки будут равными. Найти площадь каждого участка.

108. Женя, Игорь и Борис нашли вместе 123 боровика. Женя нашел на 3 гриба меньше, чем Игорь, и на **9** грибов меньше, чем Борис. Сколько грибов нашел каждый мальчик?

109. На двух автобусах выехали на экскурсию 72 ученика одной школы. Когда из одного автобуса 3 ученика пересели во второй, то в автобусах учеников стало поровну. Сколько учеников было сначала в каждом автобусе?

4. СУММА И КРАТНОЕ ОТНОШЕНИЕ

Структура задач данного типа в чистом виде: известна сумма двух или более чисел и их кратное отношение, заданное отношением «в … раз больше», «в … раз меньше». Требуется определить исходные числа.

Основной прием решения – деление на равные части. При решении задач данного типа удобно представлять взаимосвязи между заданными величинами с помощью отрезков.

Пример 1. В день рождения Андрею подарили в 3 раза больше марок, чем у него было. Теперь у него 20 марок. Сколько марок подарили Андрею?

Р е ш е н и е. Условие задачи можно представить так:

Было – ?

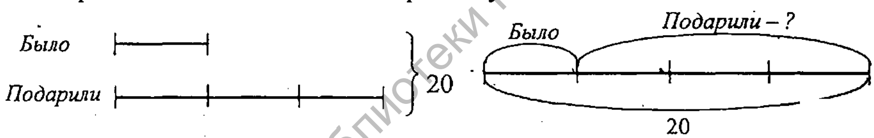
Подарили – ? в 3 раза больше

Стало – 20 марок

Задачи данного типа удобно моделировать чертежом.

Произвольным отрезком можно обозначить количество марок, которые были у Андрея. Тогда отрезок, обозначающий количество марок, которые подарили Андрею, будет в 3 раза больше первого.

Чертеж можно выполнить по-разному:



Из чертежа видно, что числу 20 соответствует 4 равных отрезка (4 части). Требуется определить, какое число соответствует трем таким частям. Решение может быть таким:

$20 : 4 \cdot 3 = 15$ (марок) или $20 - (20 : 4) = 15$ (марок)

Ответ. Подарили 15 марок.

З а д а н и я

110. Школьная футбольная команда выиграла в три раза больше игр, чем проиграла, а четыре игры закончились вничью. Всего было проведено 28 игр. Сколько игр выиграла команда?

111. Андрей сказал Сергею: «Если бы у меня было на 3 яблока больше, чем теперь, то я бы имел яблок в 2 раза больше, чем ты». Сколько яблок у каждого, если вместе у них 15 яблок?

112. Ленту длиной 3,2 м надо разрезать на 2 части так, чтобы их длины относились как 2 : 3.

113. Для обработки участок земли площадью 600 га разделили между тремя бригадами так, что вторая бригада получила втрое больше земли, чем первая, а третья получила участок, равный разности участков второй и первой бригад. Сколько гектаров земли обрабатывает каждая бригада?

114. В трех гаражах 120 машин. В первом гараже машин вдвое больше, чем во втором, а в третьем столько, сколько во втором. Сколько машин в каждом гараже?

115. Совершая туристический поход в 100 км, пионеры сделали большой привал. После привала они прошли 10 км, и тогда им осталось идти в 3 раза больше, чем было пройдено. На каком расстоянии от начала пути был сделан большой привал?

116. Для лесопитомника школьники решили собрать 600 кг семян деревьев. В бригаду по сбору семян было выделено 180 учащихся. Среди них мальчиков было в 2 раза больше, чем девочек. Один ученик предложил, чтобы все мальчики собрали семян вдвое больше, чем девочки; другой ученик предложил, чтобы каждый мальчик собрал семян вдвое больше, чем девочка. Сколько семян должен собрать каждый мальчик и каждая девочка в том и другом случае?

117. На 36 га пашни посеяли горох и люцерну. Сколько килограммов азота получила почва данного участка, если посев гороха обогащает 1 га почвы содержанием азота на 60 кг, а посев люцерна – на 300 кг, причем люцерны посеяно в 11 раз больше, чем гороха?

118. Два мальчика собрали 96 грибов. $\frac{2}{3}$ числа грибов, собранных первым мальчиком, численно равны $\frac{2}{5}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

119. За 2 дня школьники собрали 630 кг металлолома. Сколько килограммов металлолома собирали школьники ежедневно, если 0,45 того, что они собрали за первый день, равно 0,36 того, что они собрали за второй день?

120. Первое число составляет 0,4 второго, второе – 0,5 третьего. Сумма первого и третьего чисел равна 24. Найти эти числа.

121. Коллекции двух филателистов составляют вместе 1320 марок. Сколько марок у каждого филателиста, если 0,5 количества марок первого филателиста равно 0,6 количества марок второго филателиста?

5. РАЗНОСТЬ И КРАТНОЕ ОТНОШЕНИЕ

Задачи данного типа похожи на предыдущие, решаются тем же приемом – деление на равные части. Но вместо суммы задана разность чисел. В таких задача одновременно присутствуют отношения «больше на …» («меньше на …») и «больше в … раз» (меньше в … раз»).

Пример 1. Белка и ежик собирали грибы. Белка собрала на 18 грибов меньше ежика. Сколько грибов собрал каждый, если белка собрала грибов в 4 раза меньше ежика?

Р е ш е н и е. Известна разность двух чисел (18) и их кратное отношение (4). Сделаем чертеж.

1) 18 : 3 = 6 (грибов) – соответствует одной части (столько грибов собрала белка)

2) 6 · 4 = 24 (гриба) или 6 + 18 = 24 (гриба) – собрал ежик.

Ответ. 6 грибов, 24 гриба.

З а д а н и я

122. У Саши было в 2 раза больше цветных карандашей, чем у Вани. Когда Саша купил еще 4 цветных карандаша, то их стало в 3 раза больше, чем у Вани. Сколько цветных карандашей было у каждого мальчика?

123. У моего брата было в три раза больше орехов, чем у меня. Если он съест 6 орехов, то у нас будет орехов поровну. Сколько орехов у каждого из нас?

124. У Сережи было тетрадей вдвое больше, чем у Димы. Когда Сережа купил еще 6 тетрадей, то у него стало тетрадей в 5 раз больше, чем у Димы. Сколько тетрадей было у каждого мальчика первоначально?

125. В двух кусках одинаковое количество ткани. После того, как из одного куска отрезали 18 м, а из другого 25 м, в первом куске осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Сколько ткани в каждом куске?

126. На протяжении лета было выдано путевок в санатории в 3 раза меньше, чем в дома отдыха, но на 88 больше, чем в туристические походы. Сколько всего было путевок, если в дома отдыха выдано на 312 путевок больше, чем в санатории?

127. Три автоколонны привозили зерно на станцию. Первая привезла в 4 раза больше второй, которая привезла в 6 раз меньше третьей. Третья автоколонна перевезла на 180 т зерна больше, чем первая. Все зерно со станции отгрузили за 3 дня. Во второй день отгрузили на 100 т больше зерна, чем в первый, но на 40 т меньше, чем в третий день. Сколько тонн зерна отгрузили в первый день?

128. Турист проплыл по воде расстояние втрое больше, чем прошел пешком, а по железной дороге – вдвое больше, чем по воде. Сколько всего километров преодолел турист, если по железной дороге он проехал на 500 км больше, чем прошел пешком?

129. В бассейне имеется 4 трубы. Первая труба наполнила $\frac{5}{14}$ бассейна, вторая $\frac{2}{3}$ остатка, третья – $\frac{4}{15}$ нового остатка, а четвертая закончила наполнение бассейна. Найти объем бассейна, если известно, что через четвертую трубу влилось на 120,4 м^3 воды больше, чем через третью.

130. Лисица обыкновенная, волк, рысь – хищные животные, живущие в Беларуси. Длина лисицы такова, что ее четвертая доля равна седьмой доле длины волка и пятой доле длины рыси. Найти длины этих животных, учитывая, что волк длиннее лисицы на 60 см.

6. ЧЕТВЕРТОЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ

Общим для всех задач этой группы является наличие в их условии трех величин, связанных прямо пропорциональной или обратно пропорциональной зависимостью. Выделение этих величин из условия и правильная их формулировка – важный момент работы над задачей. Удобно краткую запись условия оформлять в виде таблицы. При оформлении таблиц желательно придерживаться такого порядка: первый столбец — единичная величина (масса 1 предмета, цена, скорость, норма выработки за единицу времени и т.д.), второй столбец — количество таких единиц (предметов, часов, дней и т.д.), третий столбец — общая масса, общее расстояние, общая работа и т.д.

Решение задач связано со знанием трех правил: как найти каждую из трех величин, зная две другие. Поэтому иногда задачи данного типа называют задачами на «тройное правило». При этом есть задачи на «простое тройное правило» (ПТП) и на «сложное тройное правило» (СТП).

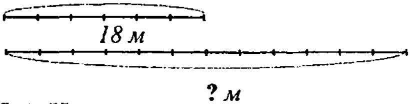
Пример 1. На 6 одинаковых костюмов израсходовали 18 м ткани. Сколько метров ткани надо на 12 костюмов?

Условию задачи соответствует таблица:

Расход ткани на один костюм	Количество костюмов	Общий расход ткани
Одинаковый	6	18 м
	12	?

Задача содержит три величины, связанные прямо пропорциональной или обратно пропорциональной зависимостью. Она моделирует простое тройное правило.

Условие задачи можно иллюстрировать и чертежом:



С п о с о б 1. Используем правила нахождения указанных неизвестных величин:

1) 18 : 6 = 3 (м) – расход ткани на 1 костюм

2) 3 · 12 = 36 (м) – общий расход ткани.

С п о с о б 2. Числовые данные позволяют решить задачу по-другому, используя свойства пропорциональных величин. Общий расход ткани прямо пропорционален количеству костюмов, т.е. во сколько раз больше пошили костюмов, во столько же раз больше расход ткани.

1) 12 : 6 = 2 (раза)

2) 18 · 2 = 36 (м).

Ответ. 36 м израсходовали ткани на 12 костюмов.

Пример 2. На 3 дня 6 овцам дают 36 кг сена. Сколько сена дают одной овце на 1 день?

Эта задача на сложное тройное правило. В ней можно выделить две группы величин:

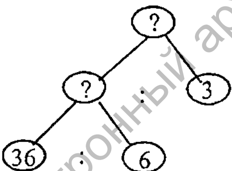
расход сена на 1 овцу — количество овец — общий расход сена,

расход сена за 1 день — количество дней — общий расход сена.

Задачу можно решить разными способами.

С п о с о б 1

Расход сена на 1 овцу за **1 день**	Количество дней	Расход сена на 1 овцу за 3 дня	Количество овец	Общий расход сена на 6 овец за 3 дня
?	3	?	6	36 кг



Чтобы узнать расход сена на 1 овцу за ***1 день***, надо знать количество дней и общий расход сена за эти дни на 1 овцу. Известно количество дней – 3. Неизвестно, какой общий расход сена за 3 дня на 1 овцу. Чтобы найти расход сена за 3 дня на ***1 овцу***, надо знать количество овец и общий расход сена для них за 3 дня. Эти величины известны: 6 овец и 36 кг сена.

1) 36 : 6 = 6 (кг) — расход сена на 1 овцу за 3 дня,

2) 6 : 3 = 2 (кг) — расход сена на 1 овцу за 1 день.

36 : 6 : 3 = 2 (кг)

С п о с о б 2.

Расход сена на 1 овцу за **1 день**	Количество овец	Расход сена на 6 овец за 1 день	Количество дней	Общий расход сена на 6 овец за 3 дня
?	6	?	3	36 кг

1) 36 : 3 = 12 (кг) — расход сена за 1 день для 6 овец,

2) 12 : 6 = 2 (кг) — расход сена на 1 овцу за 1 день

36 : 3 : 6 = 2 (кг)

Способ 3. Запись условия можно оформить таблицей в сокращенном виде, опустив некоторые промежуточные величины

Количество дней	Количество овец	Общий расход сена
3	6	36 кг
1	1	?

Величины "количество дней" и "общий расход сена" находятся в прямо пропорциональной зависимости: во сколько раз больше (меньше) количество дней, во столько же раз больше (меньше) общий расход сена. Величины "количество овец" и "общий расход сена" также находятся в прямо пропорциональной зависимости: во сколько раз больше (меньше) количество овец, во столько же раз больше (меньше) общий расход сена.

Для ответа на вопрос задачи общий расход сена надо уменьшить в 3 раза (так как количество дней уменьшилось в 3 раз) и в 6 раз (так как количество овец уменьшилось в 6 раз).

Всего количество сена надо уменьшить в 18 раз. Получаем еще один способ решения:

1) $6 \cdot 3 = 18$ (раз),

2) 36 : 18 = 2 (кг);

36 : (6 Ч 3) = 2 (кг).

Ответ: 2 кг сена дают одной овце на 1 день.

Задания

131. Масса 40 гвоздей 2 кг. Сколько граммов весят 9 таких гвоздей?

132. Восемь одинаковых пуговиц стоят 560 р. Сколько стоят 12 таких пуговиц?

133. Два обувных мастера отремонтировали обуви поровну. Один из них работал 4 дня и ежедневно чинил по 12 пар обуви. Второй работал 6 дней. Сколько пар обуви он ремонтировал в день?

134. Один путешественник уверял другого, что видел книгу, имеющую 1 000 000 страниц. Какова толщина такой книги, если известно, что 100 листов бумаги имеют толщину 9 мм?

135. В комнате, где играли дети, стояли стулья на 4 ножках. Когда все дети сели по одному на стул, то свободных мест не осталось, а сумма количества ног детей и ножек у стульев равнялась 42. Сколько стульев стояло в комнате? Сколько было детей?

136. Винт за 25 оборотов продвигается на 13 мм. Сколько оборотов должен он сделать, чтобы продвинуться вперед на 2,6 мм?

137. Зубчатое колесо делает 50 об/мин. Зубчатое колесо, сцепленное с первым, делает 75 об/мин. Найти число зубцов второго колеса, если первое колесо содержит 30 зубцов.

138. В квартире протекает водопроводный кран. За 12 мин набегает 2,5 стакана воды (в одном стакане – 200 г воды). Сколько литров воды может вытечь за сутки?

139. Три курицы за три дня снесли три яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней, если они будут нести такое же количество яиц за один и тот же промежуток времени?

140. За 2 дня зубр съедает около центнера зеленой массы. Сколько зеленой массы съедает стадо из 10 зубров за 3 летних месяца?

141. 10 насосов за 10 минут выкачивают 10 т воды. За сколько минут 25 таких насосов выкачивают 25 т воды?

142. На хлебозавод в течение дня нужно доставить 4200 мешков муки, каждый из которых весит 60 кг. Сколько трехтонных грузовиков для этого необходимо, если в день грузовик может сделать 12 рейсов?

143. Пять трехтонных автомобилей перевозили 90 т картофеля. Каждый автомобиль сделал одинаковое количество рейсов. Сколько рейсов сделал каждый автомобиль?

144. Для 16 коров на 35 дней требуется 6720 кг сена. Сколько сена потребуется для 20 коров на 40 дней, если норма выдачи сена на корову одна и та же?

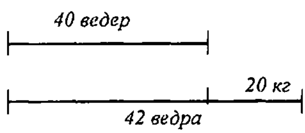
145. Для 16 коров на 35 дней требуется 6720 кг сена. Сколько сена потребуется для 8 коров на 7 дней, если норма выдачи сена на корову одна и та же?

7. ДВЕ РАЗНОСТИ

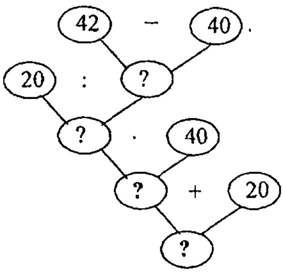
Пример 1. Два класса соревновались в сборе яблок. Один собрал 40 ведер, а другой 42 ведра. Другой класс собрал на 20 кг яблок больше. Сколько килограммов яблок собрал каждый класс?

Р е ш е н и е. Условие можно представить так:

Масса яблок в одном ведре	Количество ведер	Общая масса яблок
Одинаковая	40 в.	?
	42 в.	?, на 20 кг больше



В задаче требуется найти числа (количество килограммов яблок, собранных каждым классом) по двум разностям: разность ведер (2 ведра) и разность килограммов (20 кг).



Решение можно осуществить по схеме:
1) 42 – 40 = 2 (ведра) – составляют 20 кг
2) 20 : 2 = 10 (кг) – одно ведро
3) 10 Ч 40 = 400 (кг) – собрал один класс
4) 400 + 20 = 420 (кг) – собрал второй класс.
Ответ. 400 кг, 420 кг.

Задание

146. В магазин привезли 28 бочек капусты и 13 бочек помидоров. Бочка капусты и бочка помидоров весят одинаково. Капусты привезли на 960 кг больше, чем помидоров. Сколько килограммов овощей было в одной бочке? Сколько было капусты и помидоров в отдельности?

147. На одной ферме 112 коров, а на другой – 95. На другой ферме при той же норме расходуют на 272 кг сена меньше, чем на первой. Сколько сена расходуют за день на каждой ферме на одну корову?

148. Один вертолет пролетел 480 км, а второй – 800 км. Первый вертолет был в полете на 2 ч меньше, чем второй. Сколько часов был в полете каждый вертолет, если их скорости были одинаковы?

149. Первый художник раскрасил 96 тарелок, а второй 64 такие же тарелки. Второй художник работал на 2 дня меньше, чем первый. Сколько дней работал каждый, если за один день они раскрашивали одинаковое количество тарелок?

150. Зерноочистительная машина должна была по плану очистить за 24 дня 7680 т зерна, а очистила на 1680 т больше. Сколько зерна в день очищала машина?

151. Куплено два куска ткани по одинаковой цене. В одном куске было 18 м, в другом – 15 м. Сколько стоил каждый кусок ткани, если за первый заплатили на 21 руб. больше, чем за другой?

152. Отец с сыном Петриком носили ведрами воду. За один раз отец приносил на 18 л больше, чем Петрик. В результате отец заполнил бочку, а Петрик кадку, вмещающую на 108 л меньше. Сколько раз ходили за водой отец с Петриком?

153. За три поездки на автомобиле было израсходовано 22 л бензина. За третью поездку было израсходовано на 1 л больше, чем за вторую, а за вторую – на 6 л больше, чем за первую. За третью поездку проехали на 56 км больше, чем за первую. Сколько километров проехал автомобиль за три поездки?

154. На двух складах хранится 45 т 875 кг хлопка в кипах одинаковой массы. На первом складе на 5875 кг хлопка больше, чем на другом. Сколько кип хлопка на каждом складе, если на первом на 47 кип больше, чем на другом?

155. Из одного бассейна надо было выкачать 720 000 л воды, а со второго – 840 000 л. В 6 ч утра начал работать на первом бассейне насос, продуктивность которого 800 л/мин, а через 2 ч начал работать насос на втором бассейне, продуктивность которого 1200 л/мин. Во сколько часов в обоих бассейнах воды станет поровну?

156. Сад имеет форму прямоугольника длиной 280 м и шириной 204 м. Параллельно ширине сад разделили на 3 участка путем деления его длины на 3 части, из которых одна на 31 м меньше другой и на 33 м больше третьей. С большего участка собрали на 19 584 кг фруктов больше, чем с меньшего. Определить урожай фруктов со всего сада.

157. Если туристы будут идти со скоростью 4 км/ч, то за день они пройдут на 2 км больше, чем запланировано. Если же их средняя скорость будет 3 км 600 м/ч, то за это же время будет пройдено на 1 км 200 м меньше, чем запланировано. Определить длину запланированного маршрута.

8. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ

В задачах данного типа требуется разделить некоторое число на части, пропорциональные заданным числам (заданному отношению). Отношение может задавать прямо пропорциональное или обратно пропорциональное деление, может задаваться целыми числами или дробными, одним рядом чисел или несколькими рядами.

Большинство этих задач после выполнения некоторых преобразований сводится к нахождению чисел по сумме (разности) и кратному отношению. Основной прием решения данных задач – деление на равные части.

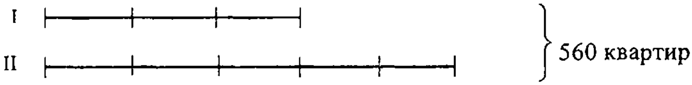
Пример 1. За первый квартал в районе построили 3 одинаковых дома, а за второй 5 таких домов. Всего в этих домах 560 квартир. Сколько квартир было построено в первом квартале и сколько во втором?

Р е ш е н и е. Оформить краткую запись условия можно в виде таблицы:

	Количество квартир в одном доме	Количество домов	Всего квартир
I	Одинаковое	3	? } 560 кв.
II		5	?

Смысл задачи состоит в том, чтобы общее количество построенных квартир (560 шт.) разделить по кварталам ***пропорционально*** количеству домов (пропорционально числам 3 и 5).

Условию задачи соответствует чертеж:

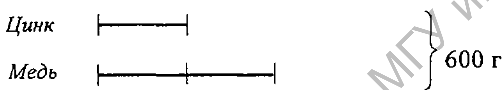


Задача свелась к нахождению чисел по их сумме и кратному отношению.

Ответ: 210 квартир и 350 квартир.

Пример 2. Латунь является сплавом меди и цинка. Сколько меди и сколько цинка содержится в куске латуни массой 600 г, если известно, что в латуни количество меди и цинка относятся как 2 : 1?

Решение. Отношение 2 : 1 показывает, что любой кусок латуни содержит 2 части меди и одну часть цинка. Число 600 надо разделить на 2 части, пропорциональные числам 1 и 2. Условию задачи соответствует чертеж:



Ответ. 200 г; 400 г.

Пример 3. В трех городах 168 000 жителей. Число жителей первого и второго городов находятся в отношении $1\frac{1}{3} : 1$, а второго и третьего городов в отношении $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$. Сколько жителей в каждом городе?

Решение. Число 168 000 требуется разделить на три части с учетом двух заданных рядов отношений. Эти два ряда отношений надо заменить одним рядом из трех чисел.

Для удобства вычислений дробные числа в заданных парах отношений следует заменить целыми, используя свойства дробей:

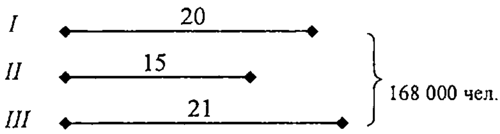
$$1\frac{1}{3} : 1 = \frac{4}{3} : 1 = \frac{4}{3} : \frac{3}{3} = 4 : 3,$$

$$2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2} = \frac{5}{2} : \frac{7}{2} = 5 : 7.$$

В первом отношении второму городу соответствует число 3, во втором – число 5. Чтобы заменить эти два ряда по два числа одним рядом из трех чисел, необходимо преобразовать заданные в рядах числа так, чтобы второму городу соответствовало одно и то же число. При этом используется свойство отношений: если каждое число отношения умножить на некоторое число, то отношение не изменится. В данном примере удобно умножить числа первого отношения на 5, а второго на 3

I	II	III
4	3	
	5	7
20	15	21

Теперь число жителей в трех городах задано одни рядом отношений 20 : 15 : 21, т.е. число 168 000 надо разделить на три части пропорционально числам 20, 15, 21.



Ответ. 60 000 человек; 45 000 человек; 63 000 человек.

Пример 4. Разделить число 690 на четыре части обратно пропорционально числам $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{10}$.

Р е ш е н и е. Заменим каждое из данных четырех чисел обратными числами: $\frac{4}{1}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{10}{1}$. Теперь разделим число 690 на 4 части прямо пропорционально полученным новым числам, заменив их соответствующими целыми числами:

$\frac{4}{1} : \frac{9}{2} : \frac{3}{2} : \frac{10}{1} = \frac{24}{6} : \frac{4}{6} : \frac{60}{6} = 24 : 27 : 4 : 60.$

Ответ. 144; 162; 24; 360.

З а д а н и я

158. За два дня швея пошила 14 одинаковых фартуков. В первый день она использовала 16 м ткани, во второй – 12 м. Сколько фартуков пошила швея за каждые из двух дней?

159. Фермер вывез на рынок одинаковое количество ящиков яблок и груш. Ящик груш весит 50 кг, а ящик яблок – 40 кг. Все ящики с фруктами весят 810 кг. Сколько ящиков с фруктами вывез фермер на рынок? Какие еще вопросы можно поставить к задаче?

160. Измерения прямоугольника относятся как 3 : 8. Длина больше ширины на 40 см. Найти измерения этого прямоугольника.

161. Сплав состоит из трех металлов, которые содержатся в нем в отношении 10,6 : 14 : 25,4. Сколько нужно взять каждого металла, чтобы получить 48 кг сплава?

162. Воспитанники детского сада выехали на дачу, где расселились в четырех комнатах, площади которых равны 35 м², 42 м², 49 м², 56 м², причем количество детей в комнате пропорционально ее площади. Сколько человек было в каждой комнате, если в самой большой комнате было на **6** детей больше, чем в самой меньшей?

163. Для приготовления мастики на каждые 2 кг казеинового порошка берут 6 кг цемента, 2 кг песка и 5 кг воды. Сколько нужно взять каждой из этих материалов, чтобы приготовить 300 кг мастики?

164. Охотничий порох состоит из селитры, серы и угля. Вес селитры относится к весу серы, как 19 : 2, а вес угля составляет $\frac{1}{9}$ часть веса селитры и серы вместе. Сколько нужно взять селитры, серы и угля, чтобы получить 10,5 кг пороха?

165. Баббит состоит из меди, олова и сурьмы, которые относятся, как 1 : 8 : 2. Сколько нужно взять каждого из этих веществ, чтобы получить 44 кг баббита?

166. Площадь, отведенная под картофель, относится к площади, отведенной под другие овощные культуры, как 16 : 9. Какая площадь занята картофелем и какая другими овощами, если общая площадь огорода 50 а?

167. Дядя завещал двум своим племянникам 2700 у.е. и распорядился поделить эту сумму в отношении 5 : 4 в пользу старшего. Какую сумму получил каждый?

168. В пятом, шестом и седьмом классах 93 ученика. Число учеников пятого класса относится к числу учеников шестого класса, как $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$, а число учеников шестого класса относится к числу учеников седьмого класса, как $\frac{1}{9} : \frac{1}{10}$. Сколько учащихся в каждом классе?

169. Было приготовлено 3,36 кг масляной шпаклевки. Для этой цели были взяты олифа и молотый мел, причем олифы взяли в 5 раз больше, чем мела. Сколько кроме этого вошло в шпаклевку клея, скипидара, сиккатива и воды, если эти вещества были взяты в отношении 1 : 10 : 5 : 8 и олифы было в 50 раз больше, чем клея?

170. Чтобы предохранить стекла от замерзания, перед заклеиванием их протирают раствором, состоящим из 30 г воды, 45 г глицерина, 25 г поваренной соли. Сколько нужно взять каждого из этих веществ для протирания 9 м^2 стекла, если на 1 м^2 требуется 50 г раствора?

171. Чтобы предохранить стекла от замерзания, перед заклеиванием их протирают раствором, состоящим из воды, глицерина и поваренной соли, взятых в отношении 2,5 : 3 : 4,5. . Сколько нужно взять каждого из этих веществ, если в квартире 4 окна размером 120 см х 150 см, а на 1 м^2 стекла надо 50 г раствора?

172. В 0,38 кг замазки для аквариумов и сосудов для воды с деревянными каркасами взяли 19 весовых частей мела, свинцового сурика и олифы, причем мела взяли в 5 раз больше, чем олифы, которой пошло на 5 весовых частей меньше, чем сурика. Сколько каждого из указанных веществ вошло в замазку?

173. Для изготовления папье-маше используется специальный клей, состоящий из двух весовых частей крахмала, 0,2 части квасцов и 1 части пшеничной или ржаной муки. Сколько можно изготовить клея, если взять крахмала на 1 кг больше, чем муки?

174. Сколько надо взять теплой воды для приготовления 1,64 кг раствора, предохраняющего окна от запотевания, если известно, что ее берут в 40 раз больше, чем желатина и уксусной кислоты вместе, входящих в смесь в равных количествах?

175. Площади, отведенные под посев гречки, овса и ячменя, прямо пропорциональны числам 5, 6, 7. Какая площадь засеяна гречкой и ячменем, если известно, что овсом засеяно 642 га? Найти площади под культурами в том случае, если бы они распределились обратно пропорционально данным числам.

176. Найти четыре числа, если известно, что эти числа обратно пропорциональны числам 1,5; 2; 2,5; 3. Сумма первого и второго чисел на 2600 больше суммы третьего и четвертого.

177. Когда некоторое количество ткани распределили между тремя магазинами обратно пропорционально числам $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, то третий магазин получил 11 310 м. Сколько ткани получил бы каждый магазин, если бы ее распределили на части прямо пропорционально данным числам?

178. Площади трех участков находятся в отношении $2\frac{3}{4} : 2\frac{5}{6} : 1\frac{3}{8}$. Известно, что с первого участка собрали зерна на 72 ц больше, чем со второго. Найти площади участков, если средняя урожайность составляет 18 ц с 1 га.

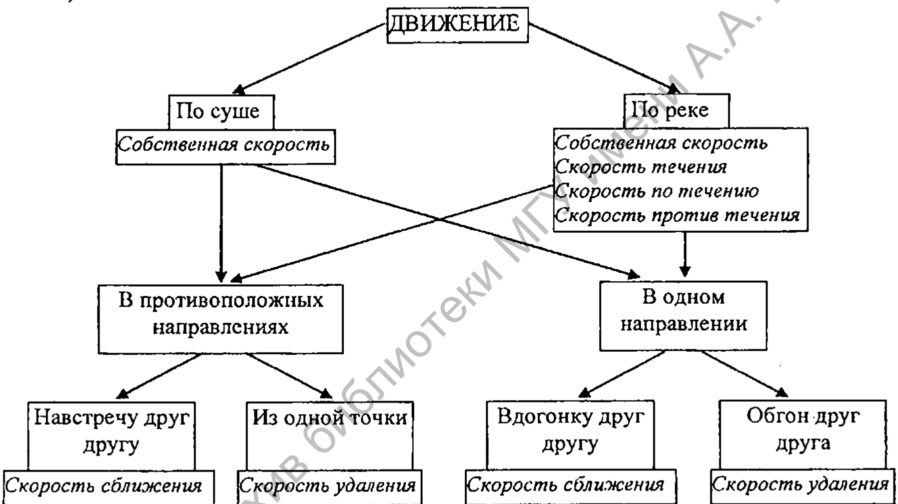
179. Калорийность белков, углеводов и жиров находится в отношении 41 : 41 : 93. Какова калорийность суточного рациона человека, если рацион состоит из 120 г белков, 80 г жиров и 500 г углеводов, а калорийность 1 г жира равна 9,3 калорий?

180. Стороны треугольника относятся как $3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{4} : 5\frac{3}{4}$. Вторая сторона больше первой на 12 см. Определить периметр треугольника.

9. ДВИЖЕНИЕ

Задачи, относящиеся к рассматриваемому типу, объединяют не только их структуры и приемы их решения, но и содержание. Все они построены на сюжете о движении нескольких объектов. В них присутствуют три величины: скорость движения, время движения, расстояние. Кроме того, в данный тип включены те задачи, в которых важно направление движущихся объектов. Такое движение характеризуется дополнительными величинами.

Среди задач на движение можно выделить на отдельные группы (подтипы):

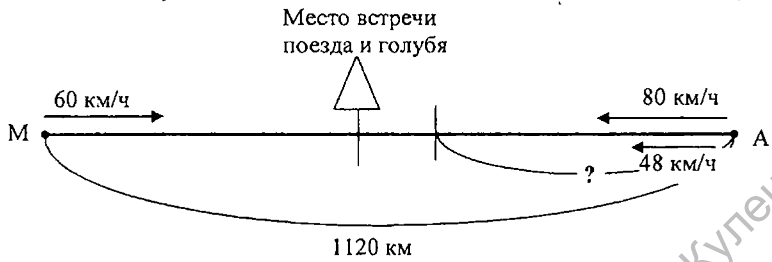


Некоторые задачи на движение можно рассматривать, как частный случай задач на нахождение четвертого пропорционального. Основной прием решения – использование тройного правила.

Многие задачи на движение имеют свою специфичность при интерпретации условия с помощью чертежа, когда сочетается показ величин отрезками и связь между ними с учетом направление движения, и при решении.

Пример 1. Из Москвы и Архангельска, расстояние между которыми 1120 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Первый шел со скоростью 60 км/ч, а другой – 48 км/ч. В момент отправления второго поезда из него вылетел почтовый голубь и со скоростью 80 км/ч полетел навстречу первому поезду. На каком расстоянии от Архангельска был второй поезд, когда голубь встретился с первым?

Р е ш е н и е. Условие задачи сначала смоделируем с помощью чертежа, который позволяет увидеть место и смысл каждого числа, связь между ними.



Двигаясь навстречу друг другу, поезд и голубь *сближаются* с некоторой скоростью.

В задаче можно выделить две части:

1) встречное движение первого поезда и голубя до пункта встречи;

2) движение второго поезда с известной скоростью за время, которое совпадает со временем до встречи первого поезда и голубя.

Вопрос задачи можно переформулировать так: сколько километров пройдет второй поезд за то же время, за которое первый поезд и голубь встретятся.

Теперь можно занести данные условия задачи в таблицу:

	Скорость	Время	Расстояние
Первый поезд	60 км/ч	?	1120 км
Голубь	80 км/ч		
Второй поезд	48 км/ч	Такое же	?

Получаем решение:

1) $60 + 80 = 140$ (км/ч) – скорость сближения поезда и голубя

2) $1120 : 140 = 8$ (ч) – время до встречи

3) $48 \cdot 8 = 384$ (км) – путь, который проехал второй поезд

Ответ. 384 км проехал

З а д а н и я

181. Из двух пристаней навстречу друг другу вышли два парохода. Второй был в дороге на 7 ч меньше, чем первый, но проходил на 3 км/ч больше, чем первый. Встреча произошла через 3 ч после выхода второго парохода, который проходил 24 км/ч. Найти расстояние между пристанями.

182. Расстояние между городами А и В 336 км. Из города А выехал велосипедист, а через 3 ч навстречу ему из города В выехал автомобиль, скорость которого в 4 раза больше скорости велосипедиста. Встреча произошла на расстоянии 96 км от города А. Определить скорость велосипедиста и автомобиля.

183. Велосипедисты выехали одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми 150 км. Встретились они в 9 ч. Причем велосипедист, выехавший из пункта А, проехал на 30 км больше. После встречи велосипедисты продолжали свой путь. Велосипедист из пункта А прибыл в пункт В в 13 ч. В котором часу второй велосипедист прибыл в пункт А?

184. Из двух станций одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Первый проходит расстояние между станциями за 12,5 ч, второй – за 18,75 ч. Через какое время поезда встретятся?

185. Саша в 9 ч выехал на мотоцикле из Улы в Сорочино, расстояние между которыми 36 км. Пробыв в Сорочино $\frac{1}{3}$ ч, он поехал назад в Улу. В 10 ч из Улы в Сорочино выехал Лёня на велосипеде. В какое время они встретятся, если Саша ехал со скоростью 30 км/ч, а Лёня – 10 км/ч?

186. Из пункта А в пункт В одновременно отправились Боря пешком и Коля на велосипеде. В то же время из В в А выехал автомобиль, который встретился с Колей через 4 ч, а с Борей – через 5 ч. Определить расстояние между пунктами А и В, если скорость Бори 6 км/ч, а Коли – 15 км/ч.

187. С одного аэродрома в противоположных направлениях одновременно вылетели два самолета. Скорость одного на 165 км/ч больше скорости другого. Через некоторое время выяснилось, что первый пролетел 1425 км, второй – 1920 км. С какими скоростями они летели?

188. Два парохода вышли одновременно из одного пункта и двигаются в одном направлении. Первый пароход за каждые 1,5 ч проходит 37,5 км, а другой за каждые 2 ч проходит 45 км. Через сколько времени первый пароход будет находиться на расстоянии 10 км от другого?

189. Из города А в город С вышли два поезда: один в 10 ч со скоростью 52 км/ч, второй в 16 ч со скоростью 65 км/ч. Оба пришли в город С одновременно. Определить, когда первый поезд проехал промежуточный пункт В, который находится от города А на 624 км ближе, чем от города С.

190. Пункты А и В расположены вдоль одной дороги. Одновременно из этих пунктов навстречу друг другу выезжают автомобиль и велосипедист. Скорость велосипедиста в 5 раз меньше скорости автомобиля, а скорость автомобиля на 48 км/ч больше скорости велосипедиста. Они встретились через 5 ч. В другой раз велосипедист выехал ~~в~~ из пункта В, а через 6 ч вслед за ним из пункта А выехал автомобиль. На каком расстоянии от А автомобиль догонит велосипедиста?

191. *В 6 ч утра из пункта А, который находится на расстоянии 240 км от пункта В, выехал велосипедист, а через 2 ч навстречу ему из пункта В вышел автомобиль. После встречи они продолжали движение и в 12 ч дня расстояние между ними было 72 км. В котором часу они встретились, если скорость автомобиля была в 5 раз больше скорости велосипедиста?

192. Дорожку, ведущую вокруг парка, Вася проходит за 11 мин 20 с, а Янка, который идет навстречу, – за 12 мин 45 с. Через какое время происходит каждая встреча?

10. СОВМЕСТНАЯ РАБОТА

Задачи рассматриваемого типа характеризуют величины: производительность труда, время работы, выполненная работа. При этом в качестве выполняемой работы может выступать разнообразная деятельность. Совместное выполнение работы несколькими объектами характеризуется *совместной производительностью*, которая равна сумме составляющих производительностей или их разности, в зависимости от характера деятельности.

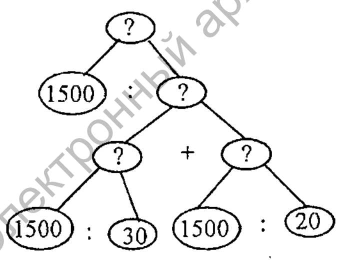
Основной прием решения задач – использование зависимостей между величинами и правил их нахождения (ТП).

Кроме того, при решении большинства задач на совместное выполнение работы требует применения вычислений с дробями.

Пример 1. Библиотеке нужно переплести 1500 книг. Одна мастерская может выполнить эту работу за 30 дней, а другая — за 15. За сколько дней смогут переплести эти книги обе мастерские, работая вместе?

Р е ш е н и е. Условие задачи представляем в виде таблицы:

	Производительность труда	Время работы	Выполненная работа
Первая	?	30 дней	1500 книг
Вторая	?	15 дней	1500 книг
Вместе	?	?	1500 книг



Задачу можно решить разными способами

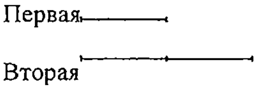
С п о с о б 1. Используя ТП, вычисления выполняем по схеме.

Чтобы найти **время** совместной работы, надо знать объем этой работы (1500 книг) и совместную производительность (неизвестна). Чтобы найти совместную производительность, надо знать производительность работы каждой мастерской. Чтобы найти производительность работы каждой мастерской, надо знать объем выполняемой работы (1500 книг) и время их работы (30 дней и 15 дней).

Выполнив вычисления, получаем ответ: 10 дней.

Числовые данные позволяют решить задачу другими способами.

Первая мастерская на выполнение всей работы тратит времени в 2 раза больше, чем вторая (30 : 15 = 2). Значит, производительность труда первой мастерской в 2 раза меньше производительности труда второй мастерской. При совместной работе первая мастерская выполнит работу в 2 раза меньшую, чем вторая, т.е. первая мастерская сделает одну часть работы, а вторая – две такие части.



Время работы обеих мастерских при совместной работе одинаково.

С п о с о б 2.

1) 1500 : 30 = 50 (книг) – производительность труда первой мастерской,

2) 1500 : 3 = 500 (книг) – составляет одна часть работы (столько сделает первая мастерская при совместной работе),

3) 500 : 50 = 10 (дней) – время работы первой мастерской (и время совместной работы),

С п о с о б 3.

1) 1500 : 15 = 100 (книг) – производительность труда второй мастерской,

2) 1500 : 3 · 2 = 1000 (книг) – составляют две части работы (столько сделает вторая мастерская при совместной работе),

3) 1000 : 100 = 10 (дней) – время работы второй мастерской (и время совместной работы),

С п о с о б 4.

1) 30 : 3 = 10 (дней) – понадобится первой мастерской, чтобы сделать 1 часть работы при совместной работе, (время совместной работы),

С п о с о б 5.

1) 15 : 3 · 2 = 10 (дней) – понадобится второй мастерской, чтобы сделать 2 части работы при совместной работе, (время совместной работы),

Ответ: 10 дней.

Пример 2. Три экскаватора различной мощности могут отрыть котлован, работая отдельно: первый за 10 дней, второй за 12 дней, третий – за 15 дней. За сколько дней они отроют котлован, работая вместе?

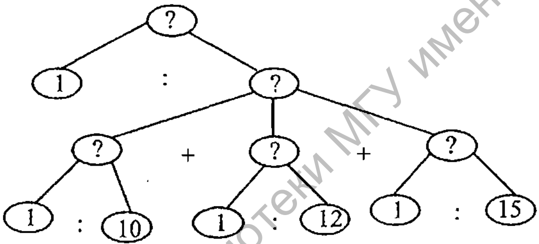
Р е ш е н и е. Специфическая особенность этой задачи (как и многих других данной группы) – отсутствие числового значения выполняемой работы. Известно только, что выполняется одинаковая работа одинакового объема (рытье котлована). В этом случае вся выполняемая работа условно обозначается через 1.

Условие задачи можно представить таблицей:

	Производительность труда	Время работы	Выполненная работа
I	?	10 дней	1
II	?	12 дней	1
III	?	15 дней	1
Вместе	?	?	1

Работая вместе, экскаваторы быстрее выполнят работу (отроют котлован), т.е. их работа «равнонаправленная», а значит, производительность суммируется при совместной работе.

Дальше решение задачи выполняется с использованием тройного правила и действий с дробями по схеме:



Ответ: 4 дня.

Пример 3. Одна труба наполняет бассейн за 20 ч, а вторая опустошает его за 30 ч. За сколько часов наполняется бассейн при одновременном включении обеих труб? Какова вместимость бассейна, если через 1 ч после включения обеих труб в бассейне было 75 гл воды?

Р е ш е н и е. Выполняемая работа – наполнение бассейна.

	Производительность труда	Время работы	Выполненная работа
I	?	20 ч	1
II	?	30 ч	1
Вместе	?	?	1
	75 гл	?	?

Работа труб «разнонаправленная» – одна труба добавляет воду в бассейн, а вторая убавляет ее. Производительность совместной работы равна разности производительностей труб. Вторая труба работает медленнее, чем первая (прибывает вода быстрее, чем убывает), поэтому во время совместной работы вода в бассейне накапливается. Требуется определить, за сколько времени накопится 75 гл воды.

1) $1 : 20 = \frac{1}{20}$ – производительность первой трубы

2) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ – производительность второй трубы

3) $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60}$ – совместная производительность труб. (Такая часть бассейна заполняется за 1 ч при одновременной работе двух труб.)

4) $1 : \frac{1}{60} = 60$ (ч) – за такое время заполняется бассейн

5) $75 \cdot 60 = 4500$ (гл) – вместимость бассейна.

Задания

193. Мастер может выточить за час 10 деталей, а его ученик – 5 деталей. За какое время они смогут выточить 90 деталей, работая вместе?

194. Для строящегося здания нужно изготовить 180 оконных рам. Одна бригада столяров может сделать эту работу за 45 дней, а другая — за 36. За сколько дней эти бригады смогут вместе сделать рамы?

195. Первая бригада может выполнить некоторую работу за 24 дня, вторая – в полтора раза медленнее, третья – так же, как первая. За сколько дней выполнят эту работу все эти бригады, работая вместе?

196. Двое рабочих, работая одновременно, могут выполнить некоторую работу за 7,2 дня. Первый из них, работая один может закончить всю работу за 12 дней. За сколько дней может закончить эту работу второй рабочий, если будет работать один?

197. Для заполнения водоема вместимостью 42 300 гл поставлены 3 насоса, которые при совместной работе могут заполнить бассейн за 47 ч. Первый насос, работая один, может заполнить бассейн за 141 ч, второй – за 235 ч. Определить производительность третьего насоса.

198. Одна труба наполняет бассейн за 20 ч, а вторая опустошает его за 30 ч. Попеременно открыли две трубы: первую на 12 ч, затем вторую на 8 ч. После этого в бассейне стало 600 гл воды Какова вместимость бассейна?

199. Бассейн наполняется первой трубой за 4 ч. Через 2 ч после работы первой трубы открыли вторую, которая может наполнить весь бассейн за 6 ч. За сколько часов заполнится весь бассейн?

200. Рабочему и ученику дано задание, рассчитанное на 6 ч. Некоторое время они работали вместе, причем рабочий выполнил $\frac{1}{4}$ часть задания, а ученик – $\frac{1}{6}$. После этого работу продолжил один ученик. Сколько времени работал ученик один?

201. Лев съел овцу за 1 ч, волк съел овцу за 2 ч, собака съела овцу за 3 ч. За какое время они вместе съели бы овцу?

202. Одной трубой бассейн наполняется за 5 ч, а через вторую может быть слит за 6 ч. За какое время будет заполнен бассейн, если одновременно открыть обе трубы?

203. Имеющимся запасом сена можно кормить корову в течение 60 дней, а лошадь – в течение 36 дней. На сколько дней хватит этого сена корове и лошади?

204. На обработку детали мастер тратит 12 мин, а его ученик 21 мин. Сколько деталей обработали мастер и его ученик, если вместе они обработали 517 деталей?

205. Четыре плотника хотят построить дом. Первый плотник может построить дом за 1 год, второй – за 2 года, третий – за 3 года, четвертый – за 4 года. За какое время они построят дом, работая вместе?

11. СПЛАВЫ

Данная группа представлена задачами разного содержания, в которых речь идет о смешении (сплаве) веществ, обладающих разной концентрацией свойств (ценой, жирностью, кислотностью, температурой, пробой и т.д.), в результате чего получается новое вещество, имеющее новую концентрацию свойств. Решение задач данной группы осуществляется с использованием разных приемов.

Пример 1. Сплавили 180 г золота 920-й пробы и 100 г 752-й пробы. Какой пробы получился сплав?

Р е ш е н и е. «Проба» обозначает, что в 1 кг сплава золота, например, 800-й пробы находится 800 г чистого золота.

Решение задачи связано с применением правила нахождения среднего арифметического нескольких чисел.

Количество золота в 1 кг сплава (проба)	Масса слитка	Всего золота
920°	180 г = 0,18 кг	?
752°	100 г = 0,1 кг	
?	?	?

1) 0,18 + 0,1 = 0,28 (г) – масса полученного слитка
2) 920 · 0,18 = 165,6 (г) – всего золота в первом сплаве
3) 752 · 0,1 = 75,2 (г) – всего золота в другом сплаве
4) 165,6 + 75,2 = 240,8 (г) – всего золота в полученном слитке
5) 240,8 : 0.28 = 860° – проба полученного слитка.

Пример 2.. Для приготовления 6 кг серебра 600-й пробы взяли кусок серебра 800-й пробы и кусок серебра 200-й пробы. Сколько весит каждый из кусков серебра, взятых для приготовления сплава?

Р е ш е н и е. Эта задача является обратной к предыдущей. Ее можно решать разными способами с использованием различных приемов.

Количество серебра в 1 кг сплава	Масса слитка		Всего серебра в слитке
800 г	?	6 кг	?
200 г	?		
600 г	6 кг		?

С п о с о б 1. Применив прием предположения, получим решение, аналогичное задаче (см. пример 2, с. 5).

Определим сначала, сколько чистого серебра должно быть в полученном сплаве.

1) $600 \cdot 6 = 3600$ (г)

Предположим, что сплавили два куска одинаковой пробы, например, 800-й. Тогда:

2) $800 \cdot 6 = 4800$ (г) – было бы в сплаве чистого серебра

3) $4800 - 3600 = 1200$ – было бы лишнего серебра

Чтобы снизить количество чистого серебра в сплаве, надо часть его заменить более низкой пробой.

4) $800 - 200 = 600$ (г) – на столько снизится количество серебра в сплаве, если 1 кг 800-й пробы заменить на 1 кг 200-й пробы.

5) $1200 : 600 = 2$ (кг) – надо взять серебра более низкой пробы.

6) $6 - 2 = 4$ (кг) – надо взять серебра 800-й пробы.

С п о с о б 2 получится, если предположить, что в сплаве только серебро 200–й пробы.

Но не всегда числовые данные позволяют удобно применить данный прием. Для решения таких задач есть более универсальный прием, связанный с понятиями «недостаток» и «избыток», показывающими разницу в количестве вещества в исходных сплавах и полученном.

С п о с о б 3. Оформим условие в виде другой таблицы:

Проба исходных слитков	Проба полученного сплава	Недостаток или избыток	Нужное соотношение сплавов
800°	600°	+ 200	2 ч.
200°		– 400	1 ч.

При одинаковом количестве обоих сплавов в полученном слитке избыток серебра будет составлять 200 г, а недостаток – 400 г. Недостаток больше избытка в 2 раза. Чтобы его компенсировать, надо сплава, дающего избыток, взять в 2 раза больше, чем сплава, дающего недостаток, т.е. соотношение в полученном слитке двух исходных сплавов будет равно 2 : 1. Дальше задача решается приемом «деление на равные части»

Три части составляют 6 кг, значит 1 часть – 2 кг, 2 части – 4 кг.

Итак, для сплава надо взять 2 кг серебра 200-й пробы и 4 кг серебра 800-й пробы.

Алгебраический метод решения заключается в составлении и решении системы уравнений, например:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 800x + 200y = 600 \cdot 6 \end{cases}$$

Задания

206. Сплавили $\frac{1}{5}$ кг золота 850-й пробы и $\frac{1}{2}$ кг 920-й пробы. Какой пробы вышел сплав?

207. В кипящую воду вылили некоторое количество воды температурой 16°С. Известно, что кипящей воды было в 6 раз меньше добавленной. Какова температура смеси, если ее было 10,5 кг?

208. В молоко, жирность которого 4,2, влили некоторое количество молока жирности 3,8. Какова стала жирность смешанного молока, если его получилось 100 кг, а при этом молока жирности 3,8 взято в 3 раза больше, чем молока жирности 4,2?

209. Смешали чистую серную кислоту с 20%-ой серной кислотой, еще добавили воды и получили 7 л смеси. Известно, что чистой кислоты было взято вдвое меньше, чем 20%-ой, а воды в 4 раза меньше, чем 20%-ой кислоты. Какой крепости получилась серная кислота?

210. Сплавили 3 слитка серебра 800°, 600° и 500°. Сплав получился весом в 1 кг. Известно, что серебра 500° было взято 0,8 количества серебра 600°, а серебра 800° на 0,3 кг меньше, чем серебра 500°. Какой пробы получился сплав?

211. Сплавили 2 слитка серебра 800° и 500° с медью и получили слиток весом в 3 кг. Известно, что серебра 800° было взято в 1,4 раза больше, а меди в 10 раз меньше, чем серебра 500°. Какой пробы получился сплав?

212. Чтобы получить раствор формалина, к 0,5 л 40%-го раствора формалина прибавили 9,5 л воды. Какой крепости получился раствор?

213. Требуется приготовить 36 кг смеси кофе по цене 57 000 руб. за 1 кг и цикория по цене 9000 руб. за 1 кг, чтобы цена смеси была 45 000 руб. за 1 кг. Сколько кофе и цикория войдет в смесь?

214. Смешали молоко жирностью 3,8 с молоком жирностью 4,8 и получили 200 кг молока жирностью 4,2. Сколько было взято молока каждого вида?

215. Мастер сплавил 3 куска серебра 800°, 600° и 500° и получил 2 кг сплава 705° пробы. Вес первого куска относится к весу второго куска как 1,2 : 0,3. Найти вес каждого куска.

216. При смещении трех растворов серной кислоты крепости в 20%, 30% и 45% получили 4,5 т раствора серной кислоты крепости в 32%. Сколько взято раствора каждой крепости, если известно, что самого слабого раствора взяли в 3 раза больше, чем среднего?

217. Мастер сплавил кусок золота 50% с куском 75% и получил 27 г сплава. Определить объем обоих кусков, если их объемы относятся как 1 : 7, а плотность золота 20, плотность лигатуры 12, вес 1 куб.см воды – 1.

218. Для 70 новогодних подарков было использовано 20 кг конфет по 3700 р., 10 кг по 2840 р. и 5 кг по 7520 р. Сколько стоит один подарок, если все они одинаковые?

219. У некоторого человека были продажные масла: одно ценою 10 гривен за ведро, другое же 6 гривен за ведро. Захотелось ему сделать из этих двух масел, смешав их, масло ценою 7 гривен за ведро. Какие части этих двух масел нужно взять, чтобы получить ведро масла стоимостью 7 гривен?

РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

220. В первом баке на 250 л керосина меньше, чем во втором. Из второго бака перелили в первый 125 л. В каком из баков стало керосина больше и на сколько?

221. В одном доме отдыха было на 70 отдыхающих меньше, чем в другом. Когда в первый дом отдыха прибыло 45 человек, а из второго выехала группа отдыхающих, то во втором доме отдыха оказалось на 12 человек меньше, чем в первом. Сколько человек выехало из второго дома отдыха?

222. Двум школьным бригадам дали для посадки по 150 кустов. Одна бригада за день посадила 80 кустов, другая – 93. Которой из бригад осталось больше посадить кустов и на сколько?

223. На станцию привезли 2700 $м^3$ сосновых дров, а березовых на 800 $м^3$ больше. Со станции отправили 2300 $м^3$ сосновых дров, а березовых на 300 $м^3$ меньше, чем сосновых. Каких дров осталось больше и на сколько?

224. На автомобильном заводе за некоторое время изготовлено 2700 легковых автомобилей, а грузовых на 800 больше. За это же время отправлено с завода 2300 легковых автомобилей, а грузовых отправлено на 300 меньше. Каких машин осталось на заводе больше и на сколько?

225. В одно овощехранилище доставлено 75 т картофеля, а из второго отправлено 40 т. После этого в первом овощехранилище стало на 135 т картофеля больше, чем во втором. Где было больше картофеля первоначально и на сколько?

226. Если из второй цистерны перекачать в первую 50 т нефти, а из третьей в первую 20 т, то во всех цистернах нефти станет поровну. На сколько тонн было больше нефти во второй и третьей цистернах, чем в первой?

227. Если из имеющегося слитка серебра изготовить 30 чайных ложек, то останется 240 г серебра. Для того, чтобы изготовить столько же столовых ложек, понадобится добавить еще 360 г серебра. Сравнить вес чайной и столовой ложек.

228. Школьный участок прямоугольной формы имеет площадь 1200 м^2. Длина другого участка в 4 раза больше, а ширина в 2 раза меньше. Какова площадь другого участка?

229. Одна бригада работала 3 недели и получила за работу некоторую сумму денег. Во сколько раз больше денег получила другая бригада, если в ней рабочих втрое больше, чем в первой, а рабочий второй бригады получает в неделю вдвое больше рабочего первой бригады, и вторая бригада работала 1 неделю.

230. Одна колонна автомашин, совершив 2 поездки, доставила в город овощи. Во сколько раз больше доставила овощей другая колонна автомашин, в которой машин было в 3 раза больше, чем в первой, если они совершили по 4 поездки, причем грузоподъемность каждой машины в 2 раза меньше, чем грузоподъемность машин первой колонны?

231. Продали 18 м голубой ленты и 12 м черной. За все уплатили 1260 руб. В другой раз по той же цене продали 4 м голубой и 15 м черной на сумму 650 руб. Сколько стоит метр каждой ленты?

232. Саша купил на 18 коп. 3 карандаша и 4 тетради, а Маша купила вдвое больше карандашей и втрое больше тетрадей и заплатила на 30 коп. больше. Определить цену тетради и карандаша.

233. Иван за 140 м^3 березовых дров и 60 м^3 сосновых уплатил 376 руб., а его сосед Адам за 370 м^3 березовых и 180 м^3 сосновых дров уплатил 1028 руб. Какова цена 1 м3 тех и других дров?

234. На станцию железной дороги доставлено две партии шпал. В первой партии было 7600 дубовых и 4000 сосновых шпал общим весом 454 т, во второй – 2400 дубовых и 2500 сосновых шпал общим весом 178 т. Определить вес дубовой и вес сосновой шпалы.

235. В два пакгауза сложили 72 т сахару и муки, во второй в 3 раза больше, чем в первый. 4 мешка сахару и 5 мешков муки весят 8 ц, а 7 мешков сахару и 5 мешков муки – 11 ц. Во втором пакгаузе было на 6 т муки больше, чем сахара. Сколько мешков сахара было во втором пакгаузе?

236. В течение 8 ч два паровых двигателя, один мощностью в 360 л.с., другой – 420 л.с., израсходовали 4344 кг угля. Расход угля на 1 л.с. в первом двигателе за 1 ч был на 100 г больше, чем у второго. Определить расход угля на 1 л.с. в каждом двигателе.

237. В хозяйстве имеются куры и кролики. Зная, что у них всех вместе 70 голов и 180 ног, определить число кур и кроликов в отдельности.

238. В клетке находятся фазаны и кролики. У всех животных 35 голов и 94 ноги. Сколько в клетке кроликов и сколько фазанов?

239. Состав с углем состоит из 60 вагонов общей массой 1044 т. В состав входят платформы грузоподъемностью в 18 т и двухосные вагоны грузоподъемностью в 165 ц. Сколько платформ было в составе?

240. Поезд состоит из двухосных и четырехосных вагонов. Количество всех вагонов – 41, а количество осей – 104. Во все вагоны нагрузили 1035,5 т зерна. Сколько тонн зерна грузили в каждый двухосный и каждый четырехосный вагон, если на все четырехосные вагоны погрузили на 75,5 т зерна больше, чем в двухосные?

241. Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 руб. Сколько аршин купил он того и другого, если синее сукно стоило 5 руб. за аршин, а черное – 3 руб. за аршин?

242. Спортивный комитет завода выделил на покупку 14 пар лыж 100 руб. Купили лыжи по 8 руб. и по 6 руб. за пару. Сколько купили пар лыж каждого вида?

243. Для туристов закуплено 100 билетов на поезд по цене 3 руб. и 4 руб. на общую сумму 340 руб. Сколько куплено тех и других билетов?

244. Три команды физкультурников выехали на соревнование в разные города. В первой команде было 36 чел., во второй – 12 чел., в третьей – 16 чел. На оплату проезда в один конец пошло 803 600 руб. Один билет для физкультурников первой команды стоил на 1700 руб. дороже, чем для второй, но на 1900 руб. дешевле, чем для третьей. Определить цену каждого билета.

245. На платформу погрузили 70 сосновых и еловых бревен общим весом 165 ц. Сосновое бревно весило 210 кг, а еловое – 250 кг. Сколько было тех и других бревен?

246. Для туристского похода, совершаемого 46 школьниками, были приготовлены шестиместные и четырехместные лодки. Сколько было тех и других лодок, если все туристы разместились в 10 лодках, а свободных мест не осталось?

247. В магазин привезли 24 ящика с мылом массой по 60 кг и 40 кг. Сколько тех и других ящиков привезли в магазин, если их общая масса равна 1140 кг?

248. В вагон погрузили 15 т 240 кг муки первого и второго сорта, всего 200 мешков. Мешок муки первого сорта весил 80 кг, второго – 72 кг. Сколько было мешков муки каждого сорта?

249*. Машина проехала расстояние между городами за 16 ч, при этом $\frac{2}{7}$ всего расстояния она ехала со скоростью 30 км/ч, а остальной путь – со скоростью 45 км/ч. Найти расстояние между городами.

250. С двух участков общей площадью в 51 га собрали 2221 т картофеля. С каждого гектара первого участка собрали по 486 ц, а с каждого гектара второго участка – по 325 ц. Найти площадь каждого участка.

251. Первая бригада рабочих сделала на 8160 изделий больше, чем вторая, которая сделала в 5 раз меньше изделий, чем первая. В первой бригаде было трое рабочих. Первый работал 15 дней, второй 12 дней, третий 18 дней. Первый за 3 дня сделал столько изделий, сколько второй за 4 дня, а третий за 2 дня – столько, сколько первый за 3 дня. Определить дневную производительность каждого рабочего.

252. 15 больших и 35 малых болтов вместе весят 10 кг 200 г. Три больших болта весят столько, сколько 10 малых. Сколько весит каждый из болтов?

253. Скорость машины превышает скорость поезда на 9 км/ч, а сумма их скоростей равна 99 км/ч. Путь в 1332 км пройден так, что на каждые 5 ч движения поезда приходится 2 ч движения машины. Сколько времени продолжался весь путь?

254. Стекольщик взялся нарезать 120 стекол для рам. За каждое стекло, нарезанное правильно, ему платили 7600 руб., а за каждое испорченное стекло с него удерживали 16400 руб. По окончании работы стекольщик получил 672000 руб. Сколько стекол нарезал стекольщик?

255. На школьной викторине участникам было предложено 30 вопросов. За правильный ответ засчитывали 7 очков, а за неправильный списывали 12 очков. Сколько верных ответов дал победитель, если он набрал 77 очков?

256. Чтобы наполнить ванну вместимостью 166 л за 22 мин, вначале открыли кран с горячей водой, через который в 1 мин вливается $6\frac{3}{4}$ л. Затем этот кран закрыли и открыли кран с холодной водой, через который в 1 мин вливается $8\frac{1}{2}$ л. Сколько времени был открыт каждый кран?

257. С двух тонн свежих яблок и 10,2 т свежих абрикосов получается 6,57 т соков, а с 1 т яблок и 2,02 т абрикосов – 1,591 т соков. Сколько соков получается с 1 т яблок и 1 т абрикосов?

258. 5 автобусов и 2 троллейбуса могут за один рейс перевезти 225 пассажиров, а 2 автобуса и 3 троллейбуса – 200 пассажиров. Сколько пассажиров вмещается в троллейбус?

259. 25 коровам и 30 лошадям на 1 день требуется 600 кг сена, а при той же норме кормления 28 коровам и 12 лошадям требуется 456 кг сена. Какова норма выдачи сена в день одной лошади и одной корове?

260. Имеющийся в магазине картофель был развешен в 24 пакета по 5 кг и 3 кг. Масса всех пакетов по 3 кг равна массе всех пакетов по 5 кг. Сколько было тех и других пакетов?

261. Ученик правильно решил на 2 задачи больше, чем примеров и получил 13 очков. За задачу начисляли 2,5 очка, а за пример 1,5 очка. Сколько задач и сколько примеров решил ученик?

262. 4 пуговки и 3 булавки стоят 26 коп., а 2 пуговки и 2 булавки – 14 коп. Сколько придется заплатить за 8 пуговок и 7 булавок? За 8 пуговок и 4 булавки?

263. Продали 4 м голубой ленты и 12 м черной. За все уплатили 1260 руб. В другой раз по той же цене продали 4 м голубой и 15 м черной на сумму 1560 руб. Сколько стоит метр каждой ленты?

264. В первый день в магазине продали $\frac{2}{5}$ всей ткани, во второй – $\frac{7}{12}$ того, что продали в первый день, а в третий день – остальную ткань. Сколько метров ткани было в магазине первоначально, если в третий день продали на 192 м ткани больше, чем во второй?

265*. Машина проехала расстояние между городами за 16 ч, при этом $\frac{2}{7}$ всего расстояния она ехала со скоростью 30 км/ч, а остальной путь – со скоростью 45 км/ч. Найти расстояние между городами.

266. В магазин привезли апельсины: $\frac{2}{3}$ всего количества в ящиках по 4 кг, остальные – по 6 кг. Всего привезли 12 ящиков. Сколько килограммов апельсинов привезли для продажи?

267. Магазин продал шелковой ткани в 3 раза больше, чем сатину, причем сатину продано на 420 м меньше, чем шелку. За все получили 403200 руб. 1 м сатину в 5 раз дешевле, чем 1 м шелку. На какую сумму продана шелковая ткань?

268. Мальчики полили 8 яблонь и 4 сливы и принесли всего 140 ведер воды. Сколько ведер воды вылили под яблони и сколько под сливы, если на поливку одной яблони уходит воды в 3 раза больше, чем на поливку сливы?

269. На 3 одинаковых пальто и 5 одинаковых костюмов использовали $31\frac{3}{4}$ м ткани. Сколько метров ткани пошло на каждое пальто, если на костюм идет на $\frac{3}{4}$ м ткани больше, на пальто?

270. При взвешивании 5 буханок хлеба оказалось, что они весят 1012 г, 989 г, 1004 г , 992 г и 998 г. Сколько в среднем весит буханка хлеба?

271. В течение первых четырех дней июня в 9 ч. утра измеряли температуру воздуха. Температура в эти дни была 12°, 16°, 15° и 13°. Найти среднюю температуру воздуха за эти 4 дня.

272. Один рабочий изготовил деталь за 1 ч 3 мин, второй – за 1 ч 15 мин, а третий – за 1 ч 27 мин. Какая средняя норма времени для изготовления детали?

273. В колхозе на одном участке в 520 га получили урожай пшеницы по 20 ц с 1 га, а на другом участке в 240 га – по 25 ц с 1 га. Найти средний урожай пшеницы с 1 га, полученный с двух участков (с точностью до 0,1).

274. Колхоз запланировал собрать в среднем с 1 га поля по 600 ц свеклы. Вычислить, соответствует ли намеченному плану средний урожай с 1 га, если со 150 га собрали по 520 ц свеклы, со 124 га – по 656 ц и с 775 га – по 620 ц. (с точностью до 0,1).

275. За первый час лыжник прошел 10,8 км, за второй 9,4 км и за третий 9,1 км. Сколько километров в среднем лыжник проходил за час?

276. Результаты контрольной работы по математике в трех классах такие:

Оценка	«5»	«4»	«3»	«2»
Количество учеников	5	12	7	4

Оценка	«5»	«4»	«3»	«2»
Количество учеников	7	10	4	4

Оценка	«5»	«4»	«3»	«2»
Количество учеников	4	16	4	2

Сравните средний балл по контрольной работе в этих классах.

277. Средний возраст восьми человек, находившихся в комнате, был 12 лет. Когда из комнаты вышел 1 человек, то средний возраст оставшихся стал 11 лет. Сколько лет было человеку, вышедшему из комнаты?

278*. Средний возраст молодежной бригады 23 года, причем возраст бригадира 37 лет. Средний возраст бригады без учета возраста бригадира 22 года. Сколько человек в молодежной бригаде?

279. Для определения всхожести семян взяли 3 сотни семян. В первой сотне проросло 95 семян, во второй – 94, в третьей – 90. Определить среднюю всхожесть семян.

280. Рыбак поймал в 2 раза больше и еще на 3 карася больше, чем щук. Всего он поймал 30 рыб. Сколько карасей и щук поймал рыбак?

281. Автомобиль $3\frac{2}{3}$ ч ехал по асфальтированной дороге со скоростью 80 км/ч, $1\frac{3}{4}$ ч по гравийной дороге со скоростью 50 км/ч и $\frac{7}{12}$ ч – по полевой дороге со скоростью 30 км/ч. Найти среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

282. За 5 минут выпустили 555 телевизоров и холодильников. За одну минуту телевизоров выпускают на 25 больше, чем холодильников. Сколько холодильников выпускают за одну минуту?

283. В двух ящиках 24 кг яблок. Когда из первого ящика переложили в другой 3 кг яблок, в первом ящике стало яблок на 2 кг больше, чем во втором. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике первоначально?

284. В двух бидонах 28 л краски. Если из одного бидона взять 3 л, а в другой добавить 2 л, то в первом станет на 7 л краски больше, чем во втором. Сколько краски в каждом бидоне?

285. На трех березах сидело 36 синиц. Когда с одной березы полетело 4 синицы, с другой 6 и с третьей 8, то на трех березах осталось синиц поровну. Сколько синиц сидело на каждой березе?

286. На трех полках было 105 книг. Когда на первую полку добавили еще 15 книг, то на всех полках стало книг поровну. Сколько книг было на первой полке?

287. Л.Н. Толстой прожил 82 года. В 19 в. он прожил на 62 года больше, чем в 20 в. В каком году родился Л.Н. Толстой и в каком году он умер?

288*. Одни стенные часы уходят вперед на 4 минуты за 12 часов, а другие отстают на 4 минуты за сутки. В 12 ч в понедельник те и другие часы поставлены правильно. Который час показывают те и другие часы и в какой день, если одни впереди других на $16\frac{1}{2}$ мин?

289. Озимая рожь посеяна 16 сентября, а сжата 5 августа. Сколько времени прошло от посева до жатвы? (Год невисокосный).

290. В Минске в день летнего солнцестояния день на 13 ч 40 мин длиннее ночи. Определить момент захода солнца, если восходит оно в 2 ч 37 мин.

291. На двух тарелках лежало 9 яиц. Если из одной тарелки взяли одно яйцо, то на этой тарелке осталось яиц в три раза больше, чем на другой. Сколько яиц было на каждой тарелке?

292. В трех пакетах лежат 2 десятка яблок, причем в одном из них в два раза меньше яблок, чем в каждом из двух других. Сколько яблок в каждом пакете?

293. Ваня говорит Пете: «Будь у меня на 4 яблока больше, чем есть теперь, то у меня было бы вдвое больше, чем у тебя». Сколько яблок у каждого, если у обоих 26 яблок.

294. В стаде были коровы и овцы, всего 560 голов. Через месяц число коров увеличилось на 16, и тогда коров стало в 15 раз меньше, чем овец. Сколько коров и овец было вначале в стаде?

295. На двух баржах привезли 12 000 арбузов. Когда с первой баржи выгрузили 3560 арбузов, а со второй 2500 арбузов, то на первой барже осталось в 3 раза меньше арбузов, чем на второй. Сколько арбузов привезли на каждой барже?

296*. Книга и блокнот стоят 3750 руб. Если бы книга стоила на 500 руб. дороже, а блокнот на 50 руб. дешевле, то книга была бы в 3 раза дороже блокнота. Сколько стоит книга и блокнот в отдельности?

297. У Коли в 6 раз орехов больше, чем у Вани. Когда Коля съест 10 орехов, то у них с Ваней орехов будет поровну. Сколько орехов было у каждого мальчика?

298. На одном складе муки в 3 раза больше, чем на другом. Если из первого взять 850 т, а из второго 50 т, то на обоих складах муки останется поровну. Сколько муки на каждом складе?

299. На склад доставлено одинаковое количество деталей А и Б. После того, как со склада отпустили 45 деталей А и 33 детали Б, деталей А осталось в 4 раза меньше, чем деталей Б. Сколько деталей А доставили на склад?

300. Отцу 45 лет, сыну 10 лет. Через сколько лет их возрасты будут относиться как 9 : 4?

301. Отцу 39 лет, а сыну 7 лет. Через сколько лет отец будет в 3 раза старше сына?

302. Десять лет назад отец был старше сына в 4 раза, а через 10 лет он будет старше его в 2 раза. Сколько лет сыну сейчас?

303. На запасных путях станции стояло 2 состава одинаковых вагонов. В одном составе было на 12 вагонов больше, чем в другом. Когда от каждого состава отцепили по 6 вагонов, то длина одного состава оказалась в 4 раза больше длины другого. Сколько вагонов было в каждом составе?

304. Длина прямоугольного участка на 70 м больше ширины. После того, как длину и ширину участка увеличили на 20 м каждую, длина стала вдвое больше ширины. Найти первоначальную площадь участка и узнать, на сколько она увеличилась.

305. Для прокорма 8 лошадей на 30 дней требуется 2,8 т сена. На сколько дней хватит 4,8 т сена для прокорма 10 лошадей, если норма выдачи на одну лошадь одинаковая?

306. Для 8 лошадей выделили шестидневный запас овса. На сколько дней хватит этого овса для одной лошади? 16 лошадей? 12 лошадей?

307. Перепиской рукописи занято 4 машинистки, которые за 12 ч переписали половину рукописи. Сколько машинисток надо добавить, чтобы закончить остальную работу за 8 ч?

308. За 6 дней гусеничными тракторами вспахали 1260 га, а колесными 432 га. В день каждый гусеничный трактор вспахивал по 21 га. Какова дневная норма вспашки колесного трактора, если их было на 2 меньше, чем гусеничных?

309. Если для погрузки цемента использовать вагоны грузоподъемностью в 16 т, то 1320 т будут не погружены. Если же использовать столько же вагонов грузоподъемностью в 50 т, то останется 300 т цемента. Весь цемент погрузили так, что в вагоны грузоподъемностью в 50 т погружено на 1000 т больше, чем в вагоны грузоподъемностью в 16 т. Сколько было вагонов грузоподъемностью в 16 т?

310. На маслозавод привезли одинаковое количество бидонов с молоком вместимостью по 38 кг и 32 кг, причем в меньших бидонах было на 156 ц молока меньше, чем в больших бидонах. Все молоко завод переработал за 3 дня. Во второй день переработали на 62 т меньше пятикратного количества молока, переработанного в первый день, а в третий день на 30 т меньше, чем в первый и второй день вместе. Сколько масла получили в первый день, если из 20 кг молока получали 1 кг масла?

311. В одном городе 65 000 жителей, а в другом 40 000. Население первого города возрастает ежегодно на 4000 человек, а второго – на 6500 человек. Через сколько лет население обоих городов уровняется?

312. На оборудование офиса израсходовали 1665 у.е. Закуплены шкафы по 92 у.е. и столько же столов по 35 у.е., причем за шкафы заплатили на 684 у.е. больше, чем за столы. На остальные деньги купили 3 кресла. Сколько стоит одно кресло?

313. Автомобиль израсходовал за 3 поездки 227,5 кг топлива. За третью поездку было израсходовано топлива на 16,25 кг больше, чем за вторую, а за вторую – на 28,75 кг больше, чем за первую. Сколько километров проехал автомобиль за вторую поездку, если за третью поездку он проехал на 360 км больше, чем за первую?

314. Из двух городов, расстояние между которыми 120 км, одновременно в одном направлении вышли 2 автомобиля. Шедший впереди имел скорость 60 км/ч, а второй – 90 км/ч. Через какое время второй автомобиль догонит первый?

315. Бабушка рассчитала, что если она даст каждому внуку по 6 конфет, то у нее не хватит 8 штук, а если она даст каждому по 4 конфеты, то останется 6 конфет. Сколько внуков у бабушки? (Решите задачу методом подбора и методом отрезков.)

316. Если на каждую полку поставить по 30 книг, то останется 10 книг, а если на каждую полку поставить по 25 книг, то останется 50. Сколько было полок?

317. Катер находился в пути 15 ч. Первую половину пути он прошел со скоростью 20 км/ч, а вторую – со скоростью 30 км/ч. Сколько времени двигался катер с той и другой скоростью?

318. Неизвестное число разделили обратно пропорционально числам $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$. Вторая часть числа на 75 больше третьей. Найти неизвестное число.

319. Детали часов изготавливают из латуни, которая содержит медь, свинец и цинк в отношении 9 : 0,3: 3,2. Сколько этих веществ пошло на изготовление 2,5 т латуни?

320. Три колхоза построили сообща мост стоимостью 5700 руб. Первый колхоз находился на расстоянии $1\frac{1}{2}$ км от моста и имел 40 дворов; второй – на расстоянии 3 км и имел 20 дворов, третий – на расстоянии 1 км и имел 30 дворов. Сколько придется платить каждому колхозу, если уплачиваемая сумма должна быть прямо пропорциональна числу дворов и обратно пропорциональна расстоянию до моста?

321. За перевозку трех грузов было уплачено 94 800 руб. Первый груз весом в 14 т был перевезен на 30 км, второй весом в 15 т – на 40 км и третий весом в 16 т – на 35 км. Сколько стоит перевозка каждого груза?

322. Два поезда, вышедшие из разных городов навстречу друг другу, прошли до встречи 620 км. Скорости поездов относятся как 2 : 3, а время их движения – как 8 : 5. Какое расстояние прошел каждый поезд до встречи?

323. Расстояние в 360 км катер проходит за 15 ч, двигаясь против течения, и за 12 ч, двигаясь по течению. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 135 км по озеру?

324. Один пароход за 7 ч против течения и 5 ч по течению прошел 294 км. Скорость течения реки 3 км/ч. Собственная скорость другого парохода 30 км/ч. Расстояние между пристанями A и B 465 км. От пристани B против течения вышел второй пароход, а через 5 ч навстречу ему от пристани A вышел первый пароход. На каком расстоянии от пристани A пароходы встретятся?

325. Одновременно из одного пункта в одном направлении выехали мотоциклист со скоростью 25 км/ч и велосипедист со скоростью 15 км/ч. Мотоциклист приехал в конечный пункт на 6 ч раньше велосипедиста. Найти расстояние между пунктами.

326. Из пункта А отправляется пароход со скоростью 24 км/ч, а за 8 ч до него в том же направлении выехал буксир с баржами со скоростью 8 км/ч и прибыл в пункт В на 16 ч позже, чем пароход. Найти расстояние между пунктами А и В.

327. Собака преследует косулю, которая находится на расстоянии в 40 своих прыжков от собаки. Собака делает 7 прыжков за то время, когда косуля успевает сделать 5 прыжков. В 4 прыжка собака покрывает такое же расстояние, что косуля за 3 прыжка. Догонит ли собака косулю?

328. Из городов А и В, расстояние между которыми 76 км, выехали одновременно два велосипедиста навстречу друг другу. Один ехал со скоростью 18 км/ч, а другой – 20 км/ч. Вместе с велосипедистом из А вылетел голубь со скоростью 28 км/ч. Он летел до встречи со вторым велосипедистом, а затем опять летел к первому и т.д. до тех пор, пока велосипедисты не встретились. Какое расстояние пролетел голубь?

329. От пристани одновременно в одном направлении отправились теплоход и катер. Скорость теплохода 24 км/ч, а катера 15 км/ч. Через 3 ч теплоход сел на мель. Спустя некоторое время он был снят с мели и через 7 ч догнал катер. Сколько времени теплоход находился на мели?

330. Собственная скорость моторной лодки в 8 раз больше скорости течения реки. Найти собственную скорость лодки и скорость течения, если, двигаясь по течению, лодка за 4 ч проплыла 108 км.

331. От одной пристани вверх и вниз по реке одновременно отошли катер и теплоход, Собственная скорость катера в 2 раза больше собственной скорости теплохода. Скорость течения реки 3 км/ч. Через 4 ч расстояние между катером и теплоходом оказалось 324 км. Найти собственную скорость катера.

332. Расстояние между Архангельском и Ярославлем 840 км. Из Ярославля в Архангельск одновременно выехали два автомобиля со скоростью 84 км/ч и 56 км/ч. По прибытии в Архангельск первый автомобиль сразу повернул обратно. На каком расстоянии от Архангельска автомобили встретятся?

333. Из двух городов навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Первый поезд за $2\frac{1}{6}$ ч прошел $\frac{2}{9}$ всего расстояния между городами, а второй за $2\frac{3}{5}$ ч прошел $\frac{1}{6}$ этого же расстояния. До места встречи второй поезд прошел 300 км. Найти скорость каждого поезда.

334. Волк заметил зайца за 30 м от себя и бросился его догонять. Будет ли погоня успешной, если до укрытия зайцу нужно пробежать 300 м и за минуту он пробегает 500 м, а волк – 540 м?

335. Первая бригада могла собрать весь урожай картофеля за 15 дней, а вторая – за 12 дней. Две бригады проработали вместе 5 дней, а затем уборку урожая закончила вторая бригада. Сколько времени работала одна вторая бригада?

336. Трактористы должны были убрать хлеб с поля. Первый, работая один, мог бы сделать эту работу за 15 дней, второй – за 18 дней. Они начали работу вместе и проработали 3 дня. Затем первый продолжал работать один в течение трех дней. После этого к нему присоединился третий тракторист. И работа была закончена через 4 дня. За сколько дней третий тракторист мог бы сделать всю работу?

337. Двум заводам А и В нужно выполнить заказ за 12 дней. Через 2 дня завод А был закрыт и остальную часть заказа пришлось выполнять заводу В. Зная, что продуктивность завода В составляет $\frac{2}{3}$ от продуктивности завода А, определить, через сколько дней будет выполнен заказ.

338. В пустой бассейн проведено 2 трубы. В 8 ч 30 мин открыли первую трубу, в 11 ч 30 мин – вторую. В 16 ч бассейн наполнился наполовину. В 20 ч 30 мин. Первую трубу закрыли, а в 2 ч 30 мин утра вторая труба закончила наполнение бассейна. За сколько часов каждая труба могла бы наполнить бассейн, работая отдельно?

339. Для наполнения бассейна в полдень были включены 3 насоса одинаковой производительности. Когда бассейн был наполовину наполнен, первый насос отключили, а два остальных насоса наполнили бассейн в 10 ч вечера. Когда прекратил работу первый насос?

340. Первый и второй рабочие, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за $2\frac{2}{5}$ дня, второй и третий – за $3\frac{3}{7}$ дня, первый и третий – за $2\frac{2}{3}$ дня. За сколько дней каждый рабочий мог бы выполнить эту работу? За сколько дней они втроем выполнят работу?

341. Один трактор может вспахать поле за 12 ч, а второй – за 8 ч. Какой трактор больше вспашет: первый за 6 ч или второй за 5 ч?

342. Одна бригада рабочих может выполнить задание за 4 дня, а другая за 2 дня. Из $\frac{2}{3}$ числа рабочих первой бригады и половины рабочих второй бригады сформировали новую бригаду. За какое время новая бригада сможет выполнить задание?

343. В четырех пятых классах 116 учеников. Количество учеников во всех классах разное, но общее количество учеников в наибольшем и наименьшем классах равно общему количеству учеников в двух остальных классах. В наибольшем классе – учеников на 3 больше среднего арифметического. В двух классах количество учеников больше 30. Сколько учеников учится в каждом классе?

344. Масса барана латвийской темноголовой породы составляет $\frac{9}{11}$ массы барана прекос, а масса барана романовской породы – $\frac{7}{9}$ массы барана латвийской темноголовой породы. Найти массы баранов названных пород, которые выращивают в Беларуси, учитывая, что баран романовской породы на 40 кг легче барана породы прекос.

345. Озеро Долгое в Глубокском районе связано ручьями с озерами Псуя и Шо. Если бы вода этих озер была распределена одинаково, то в каждом озере было бы 20,26 млн.м^3 воды. Воды в Шо на 0,75 млн.м^3 больше увеличенного в 5 раз количества воды в Псуе и на 31,18 млн.м^3 меньше количества воды в Псуе и Долгом вместе. Сколько воды в каждом озере отдельно?

346. Книг на одной полке вдвое меньше, чем на другой. Если с первой полки снять 9 книг, а на вторую поставить 12, то на первой полке книг станет в 7 раз меньше. Сколько книг на каждой полке?

347. В 5 кг гороха и 12 кг овсяной крупы вместе содержится 96 г витаминов В1 и 26,7 г витаминов В2, а в 12 кг гороха и 6 кг овсяной крупы вместе – в 1,2125 раза больше витамина В1 и на 0,9 г больше витамина В2. Сколько в отдельности витаминов В1 и В2 содержится в 100 г гороха и 100 г овсяной крупы?

348. В 5 кг моркови и 5 кг свеклы содержится 4,5 мг витаминов В1, 130 мг витаминов РР, 900 мг витаминов С, а в 2 кг моркови и 7 кг свеклы – 3,3 мг витамина В1, 132 мг витамина РР, 1010 мг витамина С. Сколько каждого витамина содержится в 100 г моркови и 100 г свеклы?

349. Расстояния от Полоцка до Вильнюса по прямой и по шоссе состоят соответственно из 15 и 17 долей, а увеличенное на 1 км расстояние по железной дороге – из 21 доли. Найти эти расстояния, учитывая, что расстояние по железной дороге на 59 км больше расстояния по шоссе.

350. В Сморгони вместе с Волковыском 81600 жителей, а вместе с Новогрудком – 69 200 жителей. Сколько жителей в каждом из этих городов, если в Новогрудке на 6800 жителей меньше, чем в Сморгони?

351. Длина хвоста сони орешниковой такова, что она на 6,3 см меньше длины хвоста сони садовой, вместе с длиной хвоста сони большой на 2,3 см меньше общей длины хвостов садовой и лесной сонь. А удвоенная длина хвоста сони орешниковой на 0,4 см больше длины хвоста сони большой и на 1,4 см больше длины хвоста сони садовой. Найти длины хвостов этих зверей.

352. Масса скворца такова, что ее четвертая доля равна тридцать первой доле массы вороны, десятой доле массы чибиса и восемнадцатой доле массы голубя. Найти массы птиц, учитывая, что масса вороны на 20 г меньше общей массы трех других птиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андронов И.К.* Арифметика (развитие понятия числа и действий над числами): Пособие для педин-тов и педучилищ.– М.:Учпедгиз, 1962. – 375 с.
2. *Богданов И.М., Крылова З.Е., Россихин П.В.* Сборник задач по арифметике. – М.: Просвещение, 1964.
3. *Дрозд В.Л., Урбан М.А.* Задачник-практикум по решению арифметических задач. – Мн.: Выш. школа, 1991.
4. *Дрозд В.Л., Ефимчик А.А.* Научись решать задачи!: 300 текстовых арифметических задач с решениями. – Мн.: Ред. науч.-метод. журн. "Пачатковая школа", 2004. – 256 с.
5. *Игнатьев В.А., Игнатьев Н.И., Шор Я.А.* Сборник задач и упражнений по арифметике (для педучилищ). – М.: Просвещение, 1966.
6. *Лещенко Л.В., Николаева В.В., Бондарева Л.А.* Практикум по решению арифметических задач. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2003. – 80 с.
7. *Пономарев С.А.* Задачник-практикум по арифметике. – М.: Просвещение, 1966. – 223 с.
8. *Старавойтава Т.С., Лешчанка Л.В.* Метадычныя рэкамендацыі і заданні да спецсемінара "Рашэнне тэкставых задач арыфметычнымі сродкамі". Для студэнтаў фізіка-матэматычнага факультэта. – Магілеў, 1995. – 30 с.
9. Текстовые задачи во втором классе: Методическое пособие / Чеботаревская Т.М., Николаева В.В., Лещенко Л.В., Бондарева Л.А..– Могилев, 1998. – 44 с.
10. Текстовые задачи в третьем классе: Методическое пособие / Чеботаревская Т.М., Николаева В.В., Лещенко Л.В., Бондарева Л.А..– Могилев, 1998. – 64 с.
11. Текстовые задачи в четвертом классе: Методическое пособие / Чеботаревская Т.М., Николаева В.В., Лещенко Л.В., Бондарева Л.А..– Могилев, 1998. – 72 с.
12. *Чекмарев Я.Ф., Филичев С.В.* Сборник арифметических задач для педагогических училищ. – М. – Просвещение, 1968. – 224 с.
13. Учебники по математике для начальной школы (авторы: Чеботаревская Т.М. и др.) и средней (авторы: Латотин Л.А., Чеботаревский Б.Д.).
14. Журналы "Начальная школа", "Пачатковая школа" и др.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Лещенко Лариса Васильевна
Николаева Валентина Владимировна
Бондарева Любовь Антоновна

РЕШЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Практикум

Технический редактор *А.Н. Гладун*
Компьютерная верстка *С.А. Кирильчик*

Подписано в печать 11.03.2009. Формат 60x84/16
Гарнитура Times New Roman cyr. Усл.-печ. л. 4,2.
Уч.-изд. л. 4,7. Тираж 70 экз. Заказ № 99

Учреждение образования "Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова", 212022, Могилев, Космонавтов, 1.
ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.

Отпечатано на ризографе отдела оперативной полиграфии
УО "МГУ им. А.А. Кулешова" 212022, Могилев, Космонавтов, 1.