

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМ. А.А. КУЛЕШОВА

И.В. Марченко

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Могилев 2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

«МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. А.А. КУЛЕШОВА»

И.В. Марченко

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Контрольные задания



Могилев 2009

УДК 519.2(075.8)

ББК 22.17

М30

Печатается по решению редакционно-издательского совета УО «МГУ им. А.А. Кулешова»

Рецензент

доцент кафедры математического анализа,
информатики и вычислительной техники

Н.П. Морозов

Марченко, И.В.

М30 Теория вероятностей и математическая статистика: контрольные задания / И.В. Марченко. – Могилев: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2009. – 32 с.: ил.

В контрольных заданиях по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» представлены задания по основным разделам дисциплины. Задания рассчитаны на студентов II–IV курсов физико-математических факультетов и могут быть полезны преподавателям при проведении контрольных мероприятий.

УДК 519.2(075.8)

ББК 22.17

© Марченко И.В., 2009

© Оформление.

УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2009

1. Пространство элементарных событий.

Классификация событий

1.1. Укажите, какими событиями являются элементарные события данного эксперимента E .

1. Эксперимент E – последовательно производится два выстрела по мишени.

Ответ: а) невозможные; б) попарно несовместные; в) совместные; г) достоверные.

2. Эксперимент E – одновременно бросаются 3 монеты.

Ответ: а) совместные; б) единственновозможные; в) невозможные; г) достоверные.

3. Эксперимент E – бросается игральная кость.

Ответ: а) равновозможные; б) невозможные; в) достоверные; г) совместные.

4. Эксперимент E – выполняется проверка на соответствие стандарту партии из 4 автомобилей.

Ответ: а) невозможные; б) совместные; в) достоверные; г) попарно несовместные.

5. Эксперимент E – из урны, содержащей 5 черных и 8 белых шаров, вынимают одновременно 2 шара.

Ответ: а) невозможные; б) совместные; в) единственновозможные; г) равновероятные.

6. Эксперимент E – соревнуются 3 спортивные команды.

Ответ: а) единственновозможные; б) совместные; в) несовместные; г) невозможные.

7. Эксперимент E – из коробки с 3 различными мячами вытягивают 1 мяч, кладут в коробку, а затем снова вытягивают мяч.

Ответ: а) невозможные; б) совместные; в) попарно несовместные; г) достоверные.

8. Эксперимент E – из коробка с пятью спичками, среди которых одна сломана, вытягивают одновременно 2 спички.

Ответ: а) равновозможные; б) совместные; в) единственновозможные; г) невозможные.

2. Классическое определение вероятности

2.1. Из колоды, содержащей 36 карт, вытаскивают одну карту. Какова вероятность, что эта карта пиковой масти?

Ответ: а) 0,21; б) 0,23; в) 0,25; г) 0,30.

2.2. В колоде 36 карт. Наудачу извлекается одна карта. Какова вероятность, что вынутая карта туз?

Ответ: а) $1/3$; б) $1/6$; в) $1/9$; г) $1/12$.

2.3. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?

Ответ: а) $1/3$; б) $2/3$; в) 1; г) 0.

2.4. Из урны, содержащей 5 белых, 10 красных и 6 черных шаров, наугад вынимается один шар. Какова вероятность, что он белый?

Ответ: а) $5/16$; б) $10/21$; в) $5/21$; г) $10/16$.

2.5. Из урны, содержащей шары с номерами 1; 5; 6; 7; 9; 12; 13; 15; 18; 20, исчез один шар. Какова вероятность, что номер исчезнувшего шара делится на 4?

Ответ: а) 0,2; б) 0,5; в) 0,8; г) 1.

2.6. Из книги в 120 страниц ученик прочитал какую-то одну страницу, номер которой делится на 4. Какова вероятность, что случайно названное число, является номером прочитанной страницы?

Ответ: а) $1/10$; б) $1/20$; в) $1/30$; г) $1/120$.

2.7. Игральную кость бросают два раза. Какова вероятность, что на верхних гранях выпадет в сумме 8 очков?

Ответ: а) $2/3$; б) $5/36$; в) $1/6$; г) $1/8$.

2.8. Ученик взял в библиотеке две книги по 320 и 380 страниц. Из каждой книги он прочитал по одной странице. Какова вероятность, что номера прочитанных страниц совпадают?

Ответ: а) $1/60$; б) $1/700$; в) $1/320$; г) $1/380$.

2.9. В мешочке содержится 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекают по одному три кубика с возвращением (извлеченный кубик возвращается в мешочек). Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3.

Ответ: а) 0,001; б) 0,01; в) 0,1; г) 0,3.

2.10. Наудачу брошен игральный кубик. Какова вероятность, что выпадет не меньше 5 очков?

Ответ: а) $1/2$; б) $1/3$; в) $1/4$; г) $1/6$.

2.11. Из урны, содержащей 1 красный и 3 синих шара, вынимают одновременно 2 шара. Что можно сказать о событиях A – вынуты 2 синих шара и B – вынуты 1 синий шар и 1 красный шар?

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно; в) события A и B равновероятны.

2.12. Бросают две игральных кости. Что можно сказать о событиях A – выпадение на верхних гранях по шесть очков и B – выпадение на верхних гранях комбинации пять и шесть очков?

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

2.13. Из урны, содержащей 2 красных и 3 синих шара, вынимают одновременно 3 шара. Что можно сказать о событиях A – вынуты 1 красный и 2 синих шара и B – вынуты 1 синий и 2 красных шара?

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

2.14. Выполняется n бросаний кубика. Что можно сказать о событиях A – выпадение "1" хотя бы 1 раз и B – невыпадение "1" ни разу?

1) $n = 1$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

2) $n = 2$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

3) $n = 3$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

4) $n = 4$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

5) $n = 5$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

6) $n = 6$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

7) $n = 7$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

8) $n = 8$.

Ответ: а) событие A более вероятно; б) событие B более вероятно;
в) события A и B равновероятны.

2.15. Произвольным образом по 2 урнам распределяют 2 черных и 2 белых шара. При этом возможны следующие исходы эксперимента:

E_1 – в каждой урне по 1 белому и по черному шару;

E_2 – в одной урне 2 белых шара, во второй урне 2 черных шара;

E_3 – в одной урне 1 белый шар, во второй урне 1 белый и 2 черных шара;

E_4 – в одной урне 1 черный шар, во второй урне 1 черный и 2 белых шара.

Событие A состоит в том, что из урны вынут белый шар.

1. При каком исходе событие A более вероятно?

Ответ: а) E_1 ; б) E_2 ; в) E_3 ; г) E_4 .

2. Какие исходы дают одинаковые по вероятности осуществления события A ?

Ответ: а) E_1 и E_2 ; б) E_1 и E_3 ; в) E_3 и E_4 ; г) E_1 и E_4 .

3. При каких исходах событие A менее вероятно?

Ответ: а) E_1 ; б) E_3 и E_4 ; в) E_1 и E_2 ; г) E_4 .

2.16. Куб, все грани которого окрашены, распили на 27 кубиков одинакового размера и тщательно перемешали. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь n окрашенных граней.

1. $n = 0$.

Ответ: а) $4/27$; б) $1/27$; в) $1/9$; г) 0 .

2. $n = 1$.

Ответ: а) $1/27$; б) $2/27$; в) $1/9$; г) $2/9$.

3. $n = 2$.

Ответ: а) $1/27$; б) $4/9$; в) $1/9$; г) $4/27$.

4. $n = 3$.

Ответ: а) $2/27$; б) $4/27$; в) $8/27$; г) $16/27$.

3. Элементы комбинаторики при решении вероятностных задач

3.1. В урне 30 шаров, из них 5 красных, 10 синих, 14 зеленых и один белый. Какова вероятность того, что среди двух извлеченных шаров будет один красный и один синий?

Ответ: а) $1/3$; б) $5/27$; в) $10/87$; г) $15/107$.

3.2. В урне 30 шаров, из них 5 красных, 10 синих, 14 зеленых и один белый. Какова вероятность того, что среди двух извлеченных шаров будут два синих?

Ответ: а) $1/11$; б) $1/20$; в) $2/25$; г) $3/29$.

3.3. В урне 30 шаров, из них 5 красных, 10 синих, 14 зеленых и один белый. Какова вероятность того, что среди двух извлеченных шаров нет синих?

Ответ: а) $5/53$; б) $38/87$; в) $19/27$; г) $9/10$.

3.4. В пачке 20 карточек, помеченных номерами от 1 до 20. Наудачу извлекают две карточки. Найти вероятность того, что извлечены карточки с номерами 1 и 20.

Ответ: а) $1/100$; б) $1/130$; в) $1/190$; г) $1/201$.

3.5. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченных номерами от 1 до 10. Наудачу извлечены 6 деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных окажется деталь с номером 1.

Ответ: а) 0,5; б) 0,6; в) 0,7; г) 0,8.

3.6. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченных номерами от 1 до 10. Наудачу извлечены 6 деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных окажутся детали с номерами 1 и 2.

Ответ: а) $1/3$; б) $1/4$; в) $1/5$; г) $3/5$.

3.7. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

Ответ: а) $15/82$; б) $20/87$; в) $19/91$; г) $24/91$.

3.8. Имеется 15 деталей, среди которых 5 бракованных. Наудачу извлечены 4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных.

Ответ: а) $1/6$; б) $2/13$; в) $1/7$; г) $2/9$.

3.9. Имеется 15 деталей, среди которых 5 бракованных. Наудачу извлечены 4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет годных.

Ответ: а) $1/101$; б) $1/203$; в) $1/273$; г) $1/313$.

3.10. В цехе работает 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны четыре человека. Найти вероятность того, что среди отобранных будут только женщины.

Ответ: а) $1/210$; б) $1/250$; в) $1/350$; г) $1/310$.

3.11. В цехе работает 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны четыре человека. Найти вероятность того, что среди отобранных будут только мужчины.

Ответ: а) $1/6$; б) $1/10$; в) $1/14$; г) $1/18$.

3.12. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов будет пять отличников.

Ответ: 7/20; 8/29; 3/31; 14/55;

3.13. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажутся n окрашенных.

1. $n = 0$.

Ответ: а) 0,1; б) 0,3; в) 0,5; г) 0,7.

2. $n = 1$.

Ответ: а) 0,4; б) 0,6; в) 0,8; г) 0,9.

3. $n = 2$.

Ответ: а) 0,1; б) 0,2; в) 0,3; г) 0,4.

3.14. В урне имеются 10 одинаковых шаров, занумерованных от 1 до 10. Какова вероятность того, что два извлеченных наудачу шара будут иметь четные номера?

Ответ: а) 2/9; б) 4/9; в) 2/3; г) 8/9.

3.15. В коробке 5 одинаковых, занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

Ответ: а) 1/120; б) 1/60; в) 1/30; г) 1/5.

3.16. В первом ящике находятся шары с номерами 1; 2; 3; 4; 5; а во втором – шары с номерами 6; 7; 8; 9; 10. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров равна 11, если из каждого ящика вынули по одному шару?

Ответ: а) 0,2; б) 0,4; в) 0,6; г) 0,8.

3.17. В первом ящике находятся шары с номерами 1; 2; 3; 4; 5; а во втором – шары с номерами 6; 7; 8; 9; 10. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров больше 11, если из каждого ящика вынули по одному шару?

Ответ: а) 0,2; б) 0,4; в) 0,6; г) 0,8.

3.18. В первом ящике находятся шары с номерами 1; 2; 3; 4; 5; а во втором – шары с номерами 6; 7; 8; 9; 10. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не меньше 7, если из каждого ящика вынули по одному шару?

Ответ: а) 0,4; б) 0,6; в) 0,8; г) 1.

4. Относительная частота события. Статистическое определение вероятности

4.1. Длительными наблюдениями установлено, что в партии из n изделий m изделий соответствует требованиям стандарта. Определить вероятность события A – наудачу выбранное изделие отличного качества.

1) $n = 10000$; $m = 9900$.

Ответ: а) 0,099; б) 0,99; в) 9,9; г) 0,909.

2) $n = 1500$; $m = 1300$.

Ответ: а) 0,13; б) 0,013; в) 13/15; г) 15/13.

3) $n = 5000$; $m = 25$.

Ответ: а) 0,005; б) 0,05; в) 0,001; г) 0.

4) $n = 1000$; $m = 860$.

Ответ: а) 0,024; б) 0,005; в) 0,86; г) 0,0860.

5) $n = 2000$; $m = 1900$.

Ответ: а) 19/20; б) 0,95; в) 0,095; г) 0,19.

6) $n = 6800$; $m = 3400$.

Ответ: а) 0,68; б) 0,5; в) 0,068; г) 0,34.

7) $n = 7200$; $m = 2000$.

Ответ: а) 0,36; б) 0,14; в) 3,6; г) 10/36

8) $n = 120000$; $m = 110000$.

Ответ: а) 11/12; б) 12/11; в) 0,11; г) 0,012.

4.2. При n выстрелах по мишени стрелок попадает в цель m раз. Сколько попаданий можно ожидать при k выстрелах?

1. $n = 1000$; $m = 980$; $k = 500$.

Ответ: а) 480; б) 490; в) 49; г) 450.

2. $n = 1000$; $m = 750$; $k = 400$.

Ответ: а) 300; б) 150; в) 30; г) 175.

3. $n = 1000$; $m = 800$; $k = 300$.

Ответ: а) 120; б) 280; в) 240; г) 100.

4. $n = 10000$; $m = 9000$; $k = 8000$.

Ответ: а) 7800; б) 7200; в) 7000; г) 7500.

5. $n = 2500$; $m = 500$; $k = 1000$.

Ответ: а) 900; б) 150; в) 200; г) 550.

6. $n = 600$; $m = 300$; $k = 1000$.

Ответ: а) 500; б) 700; в) 180; г) 900.

7. $n = 3200$; $m = 800$; $k = 4800$.

Ответ: а) 2400; б) 4600; в) 1200; г) 2400.

8) $n = 2400$; $m = 600$; $k = 7200$.

Ответ: а) 5400; б) 6800; в) 3000; г) 1800.

5. Вероятность совместного появления независимых событий

5.1. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,3, а вторым – 0,4. Орудия произвели залп. Какова вероятность того, что оба орудия поразили цель?

Ответ: а) 0,1; б) 0,7; в) 0,12; г) 0,25.

5.2. В одном классе 12 мальчиков и 13 девочек, а в другом – 15 девочек и 15 мальчиков. В каждом классе отсутствует по одному ученику. Какова вероятность того, что отсутствуют два мальчика?

Ответ: а) 0,5; б) 0,24; в) 0,30; г) 0,62.

5.3. Забыты две последние цифры номера телефона. Какова вероятность того, что две случайно названные цифры соответствуют двум забытым цифрам, если известно, что номер телефона четное число?

Ответ: а) 0,18; б) 0,25; в) 0,02; г) 0,40.

5.4. К перекрестку ведут две дороги. Вероятность появления машины на одной дороге равна 0,3, а на второй – 0,5. Какова вероятность того, что на двух дорогах одновременно появятся машины?

Ответ: а) 0,15; б) 0,2; в) 0,4; г) 0,8.

5.5. Рабочий, обслуживающий два станка, вынужден отлучиться на некоторое время. Вероятность того, что в течение этого времени внимания рабочего не потребует первый станок, равна 0,7. Для второго станка эта вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что за время отсутствия рабочего ни один станок не потребует его внимания.

Ответ: а) 0,1; б) 0,42; в) 0,56; г) 0,75.

5.6. Вероятность того, что требуемая книга имеется в первой библиотеке, равна 0,22, а во второй – 0,4. Найти вероятность того, что требуемая книга имеется в обеих библиотеках.

Ответ: а) 0,18; б) 0,31; в) 0,62; г) 0,088.

5.7. Вероятность того, что за определенный промежуток времени перегорит первая лампочка, равна 0,28, а для второй – 0,4. Какова вероятность того, что обе лампочки перегорят за этот промежуток времени?

Ответ: а) 0,112; б) 0,345; в) 0,68; г) 0,87.

5.8. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятности безотказной работы в течение времени t первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t безотказно будут работать все три элемента.

Ответ: а) 0,336; б) 0,42; в) 0,56; г) 0,678.

5.9. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором и третьем ящике, соответственно равны 0,4; 0,5; 0,6. Найти вероятность того, что требуемая сборщику деталь есть в каждом ящике.

Ответ: а) 0,65; б) 0,54; в) 0,45; г) 0,12.

5.10. Разыскивая определенную книгу, студент обходит три библиотеки. Вероятности того, что книга есть в первой, второй и третьей библиотеке, равны соответственно 0,2; 0,5; 0,8. Найти вероятность того, что требуемая студенту книга имеется в каждой библиотеке.

Ответ: а) 0,01; б) 0,08; в) 0,18; г) 0,48.

5.11. Три орудия произвели залп. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,3; 0,5; 0,7. Найти вероятность того, что три снаряда поразили цель.

Ответ: а) 0,15; б) 0,105; в) 0,375; г) 0,785.

5.12. Вероятности набрасывания кольца на штырь каждым игроком равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5. Игроки произвели по одному броску. Найти вероятность того, что каждый игрок набросил кольцо на штырь.

Ответ: а) 0,7; б) 0,55; в) 0,35; г) 0,015.

5.13. Вероятность того, что требуемая вещь имеется в первом магазине, равна 0,8, во втором – 0,9, в третьем – 1. Какова вероятность того, что требуемая вещь имеется во всех трех магазинах одновременно.

Ответ: а) 0,48; б) 0,72; в) 0,89; г) 0,92.

5.14. К перекрестку ведут две дороги. Вероятность появления машины на одной дороге за время горения запрещающего сигнала на перекрестке равна 0,25. Найти вероятность появления машины на второй дороге, если вероятность одновременного появления машин на двух дорогах равна 0,125.

Ответ: а) 0,15; б) 0,25; в) 0,35; г) 0,45.

5.15. Рабочий, обслуживающий два станка, вынужден отлучиться на некоторое время. Вероятность того, что в течение этого времени оба станка не потребуют внимания рабочего, равна 0,24. Найти вероятность того, что за время отсутствия рабочего второй станок не потребует его внимания, если для первого станка эта вероятность равна 0,4.

Ответ: а) 0,3; б) 0,5; в) 0,6; г) 0,8.

5.16. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,3. Оба орудия произвели залп и вероятность того, что оба орудия поразили цель, равна 0,135. Найти вероятность поражения цели вторым орудием.

Ответ: а) 0,25; б) 0,45; в) 0,65; г) 0,85.

5.17. Вероятность того, что требуемая книга находится в каждой из двух библиотек, равна 0,115. Найти вероятность того, что требуемая книга находится во второй библиотеке, если для первой библиотеки эта вероятность равна 0,5.

Ответ: а) 0,23; б) 0,45; в) 0,65; г) 0,83.

5.18. Вероятность того, что обе лампочки перегорят за определенный промежуток времени равна 0,1925. Какова вероятность того, что за указанный промежуток времени перегорит вторая лампочка, если для первой лампочки эта вероятность равна 0,55?

Ответ: а) 0,35; б) 0,45; в) 0,65; г) 0,85.

5.19. Вероятность того, что оба спортсмена успешно выполняют упражнения, равна 0,72. Какова вероятность того, что второй спортсмен успешно выполнит упражнение, если для первого спортсмена эта вероятность равна 0,8?

Ответ: а) 0,7; б) 0,8; в) 0,85; г) 0,9.

6. Вероятность суммы и произведения событий

6.1. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,6, а вторым – 0,9. Орудия произвели залп. Какова вероятность того, что только одно орудие поразило цель?

Ответ: а) 0,42; б) 0,54; в) 0,06; г) 0,36.

6.2. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,2, а вторым – 0,8. Орудия произвели залп. Какова вероятность того, что хотя бы одно орудие поразило цель?

Ответ: а) 1; б) 0,6; в) 0,68; г) 0,84.

6.3. В одном классе 12 мальчиков и 13 девочек, а в другом – 15 девочек и 15 мальчиков. В каждом классе отсутствует по одному ученику. Какова вероятность того, что отсутствуют один мальчик и одна девочка?

Ответ: а) 0,5; б) 0,6; в) 0,7; г) 0,81.

6.4. К перекрестку ведут две дороги. Вероятность появления машины на одной дороге равна 0,3, а на второй – 0,5. Какова вероятность того, что машина появится только на одной дороге?

Ответ: а) 0,3; б) 0,5; в) 0,7; г) 0,8.

6.5. Рабочий, обслуживающий два станка, вынужден отлучиться на некоторое время. Вероятность того, что в течение этого времени внимания рабочего не потребует первый станок, равна 0,7. Для второго станка эта вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что за время отсутствия рабочего только один станок потребует его внимания.

Ответ: а) 0,38; б) 0,56; в) 0,75; г) 0,9.

6.6. Вероятность того, что требуемая книга имеется в первой библиотеке, равна 0,22, а во второй – 0,4. Найти вероятность того, что требуемая книга имеется только в одной библиотеке.

Ответ: а) 0,023; б) 0,444; в) 0,62; г) 0,81.

6.7. Вероятность того, что за определенный промежуток времени перегорит первая лампочка, равна 0,28, а для второй – 0,4. Какова вероятность того, что только одна лампочка перегорит за этот промежуток времени?

Ответ: а) 0,254; б) 0,342; в) 0,456; г) 0,681.

6.8. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятности безотказной работы в течение времени t первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t безотказно будет работать только один элемент.

Ответ: а) 0,012; б) 0,188; в) 0,22; г) 0,378.

6.9. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором и третьем ящике, соответственно равны 0,4; 0,5; 0,6. Найти вероятность того, что нужная сборщику деталь находится только в одном ящике.

Ответ: а) 0,15; б) 0,28; в) 0,38; г) 0,65.

6.10. Разыскивая определенную книгу, студент обходит три библиотеки. Вероятности того, что книга есть в первой, второй и третьей библиотеке, равны соответственно 0,2; 0,5; 0,8. Найти вероятность того, что требуемая студенту книга имеется только в одной библиотеке.

Ответ: а) 0,42; б) 0,62; в) 0,78; г) 0,85.

6.11. Три орудия произвели залп. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,3; 0,5; 0,7. Найти вероятность того, что только один снаряд поразил цель.

Ответ: а) 0,15; б) 0,25; в) 0,105; г) 0,395.

6.12. Вероятности набрасывания кольца на штырь каждым игроком равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5. Игроки произвели по одному

броску. Найти вероятность того, что кольцо брошено на штырь только один раз.

Ответ: а) 0,215; б) 0,355; в) 0,485; г) 0,835.

6.13. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятности безотказной работы в течение времени t первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t безотказно будут работать только два элемента.

Ответ: а) 0,02; б) 0,254; в) 0,452; г) 0,876.

6.14. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором и третьем ящике, соответственно равны 0,4; 0,5; 0,6. Найти вероятность того, что требуемая сборщику деталь находится только в двух ящиках.

Ответ: а) 0,65; б) 0,38; в) 0,25; г) 0,18.

6.15. Разыскивая определенную книгу, студент обходит три библиотеки. Вероятности того, что книга есть в первой, второй и третьей библиотеке, равны соответственно 0,2; 0,5; 0,8. Найти вероятность того, что требуемая студенту книга имеется только в двух библиотеках.

Ответ: а) 0,18; б) 0,25; в) 0,42; г) 0,69.

6.16. Три орудия произвели залп. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,3; 0,5; 0,7. Найти вероятность того, что только два снаряда поразили цель.

Ответ: а) 0,395; б) 0,375; в) 0,753; г) 0,88.

6.17. Вероятности набрасывания кольца на штырь каждым игроком равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5. Игроки произвели по одному броску. Найти вероятность того, что кольцо брошено на штырь только два раза.

Ответ: а) 0,185; б) 0,365; в) 0,595; г) 0,815.

7. Вероятность суммы независимых событий

7.1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятности безотказной работы за время t первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,8; 0,55; 0,6. Найти вероятность того, что безотказно будет работать хотя бы один элемент.

Ответ а) 0,384; б) 0,632; в) 0,841; г) 0,964.

7.2. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором и третьем ящике, соответственно равны 0,3; 0,4; 0,5.

Найти вероятность того, что требуемая сборщику деталь находится хотя бы в одном ящике.

Ответ: а) 0,28; б) 0,49; в) 0,79; г) 0,85.

7.3. Разыскивая определенную книгу, студент обходит три библиотеки. Вероятности того, что книга есть в первой, второй и третьей библиотеке, равны соответственно 0,2; 0,5; 0,8. Найти вероятность того, что требуемая студенту книга имеется хотя бы в одной библиотеке.

Ответ: а) 0,95; б) 0,92; в) 0,72; г) 0,81.

7.4. Три орудия произвели залп. Вероятности поражения цели каждым орудием равны соответственно 0,3; 0,5; 0,7. Найти вероятность того, что хотя бы одно орудие поразило цель.

Ответ: а) 0,895; б) 0,215; в) 0,435; г) 0,685.

7.5. Вероятности набрасывания кольца на штырь каждым игроком равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5. Игроки произвели по одному броску. Найти вероятность того, что кольцо наброшено на штырь хотя бы один раз.

Ответ: а) 0,435; б) 0,685; в) 0,815; г) 0,905.

7.6. Для разрушения моста достаточно попадания одной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить три бомбы. Вероятности попадания каждой бомбы соответственно равны 0,3; 0,4; 0,6.

Ответ: а) 0,112; б) 0,346; в) 0,463; г) 0,832.

7.7. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,85; для второго – 0,95. Найти вероятность того, что в мишень попадет хотя бы одна пуля.

Ответ: а) 0,99; б) 0,9925; в) 0,875; г) 0,734.

7.8. Вероятность того, что требуемая вещь имеется в первом магазине, равна 0,5, а во втором – 0,6. Какова вероятность того, что требуемая вещь имеется хотя бы в одном магазине?

Ответ: а) 0,16; б) 0,48; в) 0,80; г) 0,96.

7.9. Вероятность того, что хотя бы один элемент будет работать безотказно, равна 0,79. Найти вероятность безотказной работы второго элемента, если для первого элемента она равна 0,4 и элементы работают независимо.

Ответ: а) 0,21; б) 0,45; в) 0,65; г) 0,85.

7.10. На железнодорожный мост сброшены две бомбы. Вероятность попадания хотя бы одной бомбы в цель равна 0,78. Найти вероятность попадания в цель второй бомбы, если для первой она равна 0,45.

Ответ: а) 0,4; б) 0,6; в) 0,8; г) 0,9.

7.11. Вероятность того, что хотя бы одна из двух машин доедет до города, равна 0,811. Какова вероятность того, что вторая машина доедет до города, если для первой машины она равна 0,7?

Ответ: а) 0,87; б) 0,64; в) 0,51; г) 0,37.

7.12. Вероятность успешного выполнения упражнения хотя бы одним из двух спортсменов равна 0,785. Найти вероятность успешного выполнения упражнения вторым спортсменом, если для первого она равна 0,5.

Ответ: а) 0,42; б) 0,57; в) 0,64; г) 0,81.

7.13. Вероятность того, что хотя бы один из двух учеников решит все задачи контрольной работы, равна 0,9571. Какова вероятность того, что первый ученик выполнит все задачи контрольной работы, если для второго ученика она равна 0,61?

Ответ: а) 0,51; б) 0,72; в) 0,89; г) 0,92.

7.14. Вероятность того, что ученик дочитает до конца хотя бы одну из двух книг, равна 0,8887. Какова вероятность того, что ученик до конца прочитает первую книгу, если для второй книги она равна 0,47?

Ответ: а) 0,79; б) 0,82; в) 0,87; г) 0,91.

7.15. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7. Найти вероятность попадания в цель вторым стрелком, если вероятность попадания хотя бы одной пули в цель, когда стрелки производят залп, равна 0,88.

Ответ: а) 0,6; б) 0,7; в) 0,75; г) 0,8.

8. Формула полной вероятности

8.1. В вычислительной лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет наугад выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.

Ответ: а) 0,47; б) 0,53; в) 0,89; г) 0,93.

8.2. В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел.

Ответ: а) 0,65; б) 0,75; в) 0,80; г) 0,85.

8.3. В первой урне содержится 10 шаров и среди них 8 белых; во второй урне 20 шаров и среди них 4 белых. Из наудачу выбранной урны извлекается один шар. Найти вероятность того, что извлечен белый шар.

Ответ: а) 0,50; б) 0,61; в) 0,73; г) 0,84.

8.4. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата втрое больше второго. Первый автомат производит детали отличного качества с вероятностью 0,6, а второй – 0,84. Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь окажется отличного качества.

Ответ: а) 0,50; б) 0,66; в) 0,78; г) 0,82.

8.5. Вероятность появления на дороге грузовой машины равна 0,6, а легковой – 0,4. Вероятность того, что проезжающая грузовая машина будет заправляться на бензоколонке, равна 0,1, а легковая – 0,2. Найти вероятность того, что случайно проезжающая машина заедет для заправки на бензоколонку.

Ответ: а) 0,14; б) 0,30; в) 0,6; г) 0,85.

8.6. Вероятность того, что поступивший в больницу больной имеет заболевание K равна 0,5, заболевание L – 0,3, и заболевание M – 0,2. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7, для болезни L и M эти вероятности равны соответственно 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что поступивший в больницу больной будет выписан здоровым.

Ответ: а) 0,51; б) 0,62; в) 0,77; г) 0,83.

8.7. Сигнал может передаваться по одной из двух линий с вероятностями соответственно 0,84 и 0,16. Из-за помех $1/6$ часть сигналов искажается на первой линии и $1/8$ часть – на второй линии. По наудачу выбранной линии передан сигнал. Найти вероятность того, что сигнал будет передан без искажений.

Ответ: а) 0,51; б) 0,63; в) 0,78; г) 0,84.

8.8. Стекланные банки на завод привозят грузовыми и легковыми машинами. Грузовые машины перевозят в два раза больше банок, чем легковые. Вероятность повреждения банки в грузовой машине равна 0,02, а в легковой – 0,01. Найти вероятность того, что наудачу выбранная после перевозки банка оказалась поврежденной.

Ответ: а) 0,015; б) 0,017; в) 0,018; г) 0,020.

8.9. Имеются 3 справочника на русском языке и 5 справочников на английском. Вероятность того, что требуемая информация имеется

в русском справочнике 0,6, а в английском – 0,8. Найти вероятность того, что в наудачу выбранном справочнике находится требуемая информация.

Ответ: а) 23/40; б) 29/40; в) 37/40; г) 39/40.

8.10. В группе 10 юношей и 6 девушек. Вероятность того, что каждый юноша решит предложенную задачу равна 0,7, для девушек эта вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент решит задачу.

Ответ: 59/80; 61/80; 63/80; 67/80.

9. Формула Бернулли

9.1. Монету бросают пять раз. Какова вероятность того, что "герб" выпадет три раза?

Ответ: а) 1/2; б) 3/8; в) 5/16; г) 7/64.

9.2. Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что "герб" выпадет два раза?

Ответ: а) 1/9; б) 3/8; в) 5/7; г) 5/6.

9.3. Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что "герб" выпадет более двух раз?

Ответ: а) 1/8; б) 3/11; в) 5/13; г) 7/19.

9.4. Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что "герб" выпадет меньше двух раз?

Ответ: а) 0,2; б) 0,3; в) 0,4; г) 0,5.

9.5. Найти вероятность того, что событие A появится три раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

Ответ: а) 0,1536; б) 0,2415; в) 0,3208; г) 0,361.

9.6. Найти вероятность того, что событие A не появится ни одного раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

Ответ: а) 0,0271; б) 0,1296; в) 0,2347; г) 0,4.

9.7. Найти вероятность того, что событие A появится четыре раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

Ответ: а) 0,0196; б) 0,0256; в) 0,1089; г) 0,1681.

9.8. Найти вероятность того, что событие A появится только один раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

Ответ: а) 0,1374; б) 0,2718; в) 0,3456; г) 0,4542.

9.9. Найти вероятность того, что событие A появится хотя бы один раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна $0,4$.

Ответ: а) $0,2146$; б) $0,4317$; в) $0,6718$; г) $0,8704$.

9.10. Вероятность рождения мальчика $0,5$. В семье пять детей. Какова вероятность того, что среди этих детей два мальчика?

Ответ: а) $1/16$; б) $3/16$; в) $5/16$; г) $7/16$.

9.11. Вероятность рождения мальчика $0,5$. В семье пять детей. Какова вероятность того, что среди этих детей три мальчика?

Ответ: а) $1/16$; б) $5/16$; в) $9/16$; г) $13/16$.

9.12. В семье пять детей. Вероятность рождения мальчика $0,5$. Найти вероятность того, что в семье два или три мальчика.

Ответ: а) $1/2$; б) $3/4$; в) $5/8$; г) $7/16$.

9.13. В семье пять детей. Вероятность рождения мальчика $0,5$. Какова вероятность того, что среди этих детей хотя бы один мальчик?

Ответ: а) $1/2$; б) $3/4$; в) $7/8$; г) $31/32$.

9.14. Вероятность вытащить белый шар из каждого из четырех ящиков равна $1/4$. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть два белых и два черных шара?

Ответ: а) $5/64$; б) $7/95$; в) $27/128$; г) $75/281$.

9.15. Вероятность вытащить белый шар из каждого из четырех ящиков равна $1/4$. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вытащить четыре белых шара?

Ответ: а) $1/256$; б) $3/274$; в) $5/344$; г) $7/412$.

9.16. Вероятность того, что будет дождь для каждого дня равна $1/2$. Какова вероятность того, что из четырех дней только один день будет дождливый?

Ответ: а) $0,15$; б) $0,25$; в) $0,45$; г) $0,6$.

10. Случайные величины. Основные законы распределения случайных величин

10.1. Определить вероятность попадания непрерывной СВ X в данный промежуток $[\alpha; \beta]$, если:

1. равномерно распределенная СВ X задана на промежутке $[1; 5]$; $\alpha = 0, \beta = 3$.

Ответ: а) $-2/3$; б) $3/4$; в) $4/3$; г) $3/5$.

2. равномерно распределенная СВ X задана на промежутке $[0; 2]$;
 $\alpha = 0, \beta = 4$.

Ответ: а) $-1/2$; б) 2 ; в) $1/2$; г) 1 .

3. СВ X , распределенная нормально, имеет $M(X) = 5$ и $D(X) = 16$;
 $\alpha = 5, \beta = 25$.

Ответ: а) $4/5$; б) $1/2$; в) $1/4$; г) $3/5$.

4. СВ X , распределенная нормально, имеет $M(X) = 2$ и $D(X) = 9$;
 $\alpha = 2, \beta = 17$.

Ответ: а) $1/2$; б) $1/3$; в) 3 ; г) $7/15$.

5. СВ X распределена по показательному закону с $M(X) = 2; \alpha = 0, \beta = 2$.

Ответ: а) 1 ; б) $1 - e^{-1}$; в) $2e^{-2}$; г) 0 .

6. СВ X распределена по показательному закону с $M(X) = 0,25$;
 $\alpha = -2, \beta = 0$.

Ответ: а) 0 ; б) $4e^{-4}$; в) $1 - e^{-8}$; г) $e^{-8} - 1$.

7. равномерно распределенная СВ X задана на промежутке $[1; 5]$;
 $\alpha = 2, \beta = 4$.

Ответ: а) 2 ; б) $1/2$; в) $4/5$; г) 1 .

8. СВ X , распределенная нормально, имеет $M(X) = 1$ и $D(X) = 4$;
 $\alpha = -19, \beta = 1$.

Ответ: а) 0 ; б) $1/2$; в) $-1/2$; г) 1 .

10.2. СВ X задана своей плотностью распределения $f(x)$. Найти математическое ожидание $M(X)$ этой СВ X .

$$1. f(x) = \frac{1}{16\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{512}}.$$

Ответ: а) 16 ; б) 5 ; в) 512 ; г) 4 .

$$2. f(x) = \frac{10}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1,5)^2}{2,88}}.$$

Ответ: а) $1,5$; б) $2,88$; в) $1,2$; г) 12 .

$$3. f(x) = \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}x}, x \geq 0.$$

Ответ: а) 3 ; б) $-2/3$; в) $3/2$; г) $2/3$.

$$4. f(x) = 4e^{-4x}, x \geq 0.$$

Ответ: а) 2 ; б) -2 ; в) $1/4$; г) -4 .

$$5. f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ 0,25, & 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & x > 6. \end{cases}$$

Ответ: а) 4; б) 1/4; в) -4; г) -1/4.

$$6. f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ \frac{1}{3}, & 0 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Ответ: а) 1/3; б) 0; в) 1,5; г) 3.

$$7. f(x) = 0,2e^{-0,2x}, \quad x \geq 0.$$

Ответ: а) 0,2; б) 5; в) -0,2; г) 2.

$$8. f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}.$$

Ответ: а) 3; б) 2; в) 8; г) 4.

10.3. Дискретная СВ X , распределенная по биномиальному закону, принимает возможные значения $0, 1, \dots, 10$. Найти математическое ожидание $M(X)$ этой СВ X , если вероятность $p = 0,1$.

Ответ: а) 0,9; б) 10; в) 1; г) 9.

10.4. Дискретная СВ X , распределенная по биномиальному закону, принимает возможные значения $0, 1, \dots, 10$. Найти дисперсию $D(X)$ этой СВ X , если вероятность $p = 0,7$.

Ответ: а) 7; б) 2,1; в) 3; г) 0,21.

10.5. Дискретная СВ X , распределенная по закону Пуассона, принимает возможные значения $0, 1, \dots, 10$. Найти математическое ожидание $M(X)$ этой СВ X , если параметр распределения $\lambda = 0,8$.

Ответ: а) 0,8; б) 8; в) 5/2; г) 12,5.

10.6. Дискретная СВ X , распределенная по биномиальному закону, принимает возможные значения $0, 1, \dots, 10$. Найти дисперсию $D(X)$ этой СВ X , если параметр распределения $\lambda = 0,6$.

Ответ: а) 0,06; б) 2,4; в) 5/3; г) 50/3.

10.7. Дискретная СВ X , распределенная равномерно, принимает возможные значения $1, 2, \dots, 10$. Найти математическое ожидание $M(X)$ этой СВ X .

Ответ: а) 0,5; б) 0,1; в) 5; г) 5,5.

10.8. Дискретная СВ X , распределенная равномерно, принимает возможные значения 1, 2, ..., 5. Найти дисперсию $D(X)$ этой СВ X .

Ответ: а) 0,4; б) 0,1; в) 2; г) 0,2.

10.9. Дискретная СВ X , распределенная по биномиальному закону, принимает возможные значения 0, 1, ..., 10. Найти математическое ожидание $M(X)$ этой СВ X , если вероятность $p = 0,6$.

Ответ: а) 1; б) 0,6; в) 6; г) 0,06.

10.10. Дискретная СВ X , распределенная по биномиальному закону, принимает возможные значения 0, 1, ..., 10. Найти дисперсию $D(X)$ этой СВ X , если вероятность $p = 0,4$.

Ответ: а) 2,4; б) 0,24; в) 4; г) 6.

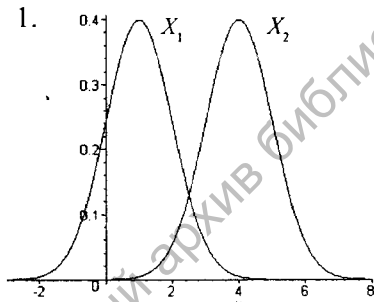
10.11. Какова вероятность того, что точка, брошенная в круг радиусом 1 и центром (0; 0), примет координаты (1/2; 1/2)?

Ответ: а) 0; б) 1/4; в) 1/2; г) 1.

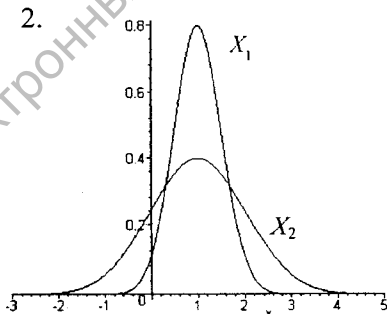
10.12. Какова вероятность того, что точка, брошенная на отрезок $[-1; 2]$, будет иметь координату 0?

Ответ: а) 1; б) 1/2; в) 1/3; г) 0.

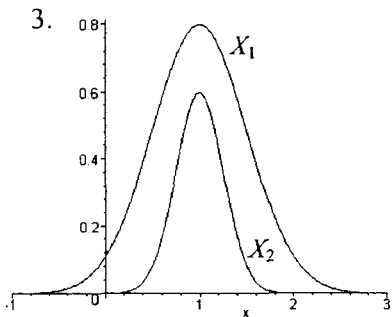
10.13. Сравните числовые характеристики изображенных на рисунке распределений.



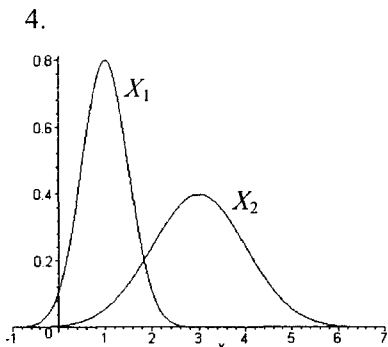
Ответ: а) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) < D(X_2)$;
 в) $M(X_1) > M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 г) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$.



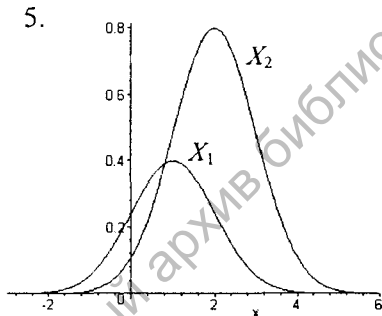
Ответ: а) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$;
 б) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) < D(X_2)$;
 в) $M(X_1) > M(X_2), D(X_1) < D(X_2)$;
 г) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$.



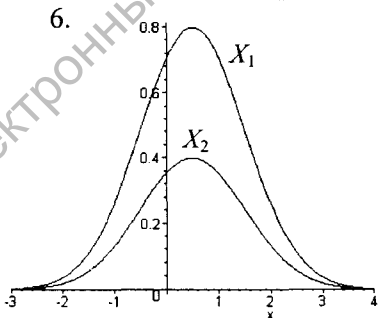
- Ответ: а) $M(X_1) > M(X_2)$, $D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) < M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$;
 в) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$;
 г) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$.



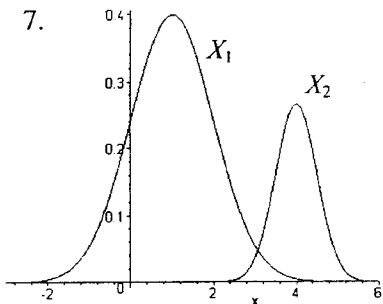
- Ответ: а) $M(X_1) > M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$;
 б) $M(X_1) < M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$;
 в) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$;
 г) $M(X_1) > M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$.



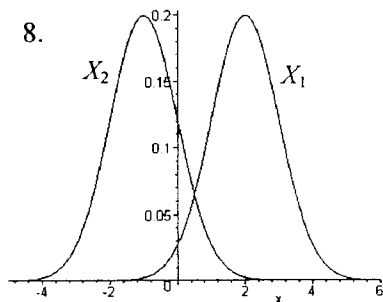
- Ответ: а) $M(X_1) < M(X_2)$, $D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$;
 в) $M(X_1) > M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$;
 г) $M(X_1) < M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$.



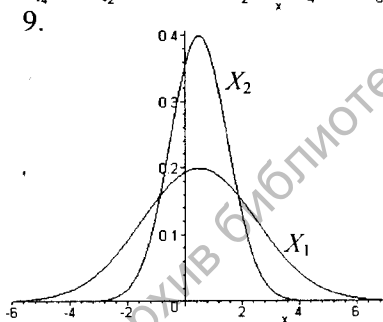
- Ответ: а) $M(X_1) > M(X_2)$, $D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) > D(X_2)$;
 в) $M(X_1) < M(X_2)$, $D(X_1) < D(X_2)$;
 г) $M(X_1) = M(X_2)$, $D(X_1) = D(X_2)$.



- Ответ: а) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) < D(X_2)$;
 б) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$;
 в) $M(X_1) > M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 г) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$.



- Ответ: а) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$;
 в) $M(X_1) > M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 г) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) < D(X_2)$.



- Ответ: а) $M(X_1) > M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 б) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$;
 в) $M(X_1) < M(X_2), D(X_1) = D(X_2)$;
 г) $M(X_1) = M(X_2), D(X_1) > D(X_2)$.

11. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки

11.1. По данным статистического ряда найти значение эмпирической функции распределения $F^*(x)$ при $x = x_0$.

1. $x_0 = 2$.

x_i	1	2	3	4
n_i	2	1	3	4

Ответ: а) 0,2; б) 0,3; в) 2; г) 1.

2. $x_0 = 2$.

x_i	1	2	4	5
n_i	1	2	3	4

Ответ: а) 1; б) 0,1; в) 0,3; г) 0,2.

3. $x_0 = 3$.

x_i	1	2	3	4
μ_i	2	1	3	4

Ответ: а) 0,6; б) 0,3; в) 3; г) 6.

4. $x_0 = 1$.

x_i	1	2	3	4
n_i	2	1	3	4

Ответ: а) 0,2; б) 1; в) 0; г) 2.

5. $x_0 = 6$.

x_i	1	2	3	4
n_i	2	1	3	4

Ответ: а) 0,6; б) 4; в) 0,4; г) 1.

6. $x_0 = 3$.

x_i	1	2	3	4
n_i	1	2	4	3

Ответ: а) 3; б) 0,3; в) 2; г) 0,7.

7. $x_0 = 4$.

x_i	1	2	3	4
n_i	1	2	4	3

Ответ: а) 4; б) 7; в) 0,7; г) 1.

8. $x_0 = 3$.

x_i	1	2	4	5
n_i	1	2	4	3

Ответ: а) 0,2; б) 0,3; в) 3;

г) функция в данной точке не определена.

11.2. Вычислить выборочную среднюю \bar{X}_g по данной выборке.

1.

x_i	1	2	3
n_i	1	5	4

Ответ: а) 23; б) 1,15; в) 2,3; г) 2,15.

2.

x_i	1	2	3
n_i	2	4	4

Ответ: а) 2,2; б) 1,15; в) 0,22; г) 22.

3.

x_i	1	2	3
n_i	2	5	3

Ответ: а) 2,15; б) 2,1; в) 2; г) 0,21.

4.

x_i	1	2	3
n_i	3	5	2

Ответ: а) 2,5; б) 2; в) 1,9; г) 2,15.

5.

x_i	1	2	4
n_i	2	5	3

Ответ: а) 2,4; б) 0,24; в) 2,24; г) 2.

6.

x_i	2	3	4
n_i	1	4	5

Ответ: а) 3; б) 0,34; в) 3,4; г) 34.

7.

x_i	1	2	4
n_i	1	3	6

Ответ: а) 3; б) -3,1; в) 3,1; г) 3,11.

8.

x_i	1	3	4
n_i	3	5	2

Ответ: а) 2,7; б) 2,6; в) 2,25; г) 4,2.

11.3. По выборке из задания 11.2. вычислить выборочную дисперсию D_x .

1. Ответ: а) 0,41; б) 4,1; в) 0,227; г) 5,7.

2. Ответ: а) 5,6; б) 0,56; в) 5,4; г) 0,212.

3. Ответ: а) 4,9; б) 0,49; в) 0,203; г) 4,19.

4. Ответ: а) 0,49; б) 0,203; в) 4,1; г) 3,8.

5. Ответ: а) 7; б) 0,468; в) 1,24; г) 0,7.

6. Ответ: а) 1,2; б) 12; в) 0,248; г) 0,44.

7. Ответ: а) 1,29; б) 0,643; в) 10,9; г) 6,43.

8. Ответ: а) 0,468; б) 1,24; в) 8; г) 0,8.

12. Точечные оценки параметров распределения.

Метод моментов

12.1. СВ X распределена по нормальному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра a по данной выборке

x_i	1	2	3
μ_i	0,1	0,5	0,4

Ответ: а) 0,5; б) 0,1; в) 2,3; г) 1.

12.2. СВ X распределена по нормальному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра a по данной выборке

x_i	1	2	3
μ_i	0,1	0,3	0,6

Ответ: а) 2,5; б) 1; в) 0,05; г) 1,8.

12.3. СВ X распределена по нормальному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра a по данной выборке

x_i	1	2	4
μ_i	0,2	0,5	0,3

Ответ: а) 2,5; б) 0,1; в) 1; г) 2,4.

12.4. СВ X распределена по нормальному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра a по данной выборке

x_i	1	2	5
μ_i	0,3	0,4	0,3

Ответ: а) 0,26; б) 1; в) 2,6; г) 0,1.

12.5. СВ X распределена по закону Пуассона. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра λ по данной выборке

x_i	1	2	3	4
μ_i	0,1	0,3	0,4	0,2

Ответ: а) 0,3; б) 2,7; в) 1; г) 0,4.

12.6. СВ X распределена по показательному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра μ по данной выборке

x_i	1	2	3
μ_i	0,3	0,4	0,3

Ответ: а) 2,5; б) 2; в) 0,4; г) 0,5.

12.7. СВ X распределена по закону Пуассона. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра λ по данной выборке

x_i	1	2	3
μ_i	0,3	0,5	0,2

Ответ: а) 1,9; б) 1; в) 0,19; г) 1,55.

12.8. СВ X распределена по показательному закону. Пользуясь методом моментов, найти точечную оценку неизвестного параметра μ по данной выборке

x_i	1	2	3	5
μ_i	0,1	0,2	0,5	0,2

Ответ: а) 0,03; б) 3; в) 1/3; г) 1,2.

12.9. Чему равна несмещенная оценка генеральной средней для заданной выборки объемом $n = 100$?

1.

x_i	1	2	3	5
n_i	10	20	50	20

Ответ: а) 0,3; б) 3; в) 1; г) 0,2.

2.

x_i	1	2	3
n_i	30	40	30

Ответ: а) 1,5; б) 2; в) 0,7; г) 0,5.

3.

x_i	1	2	3	4
n_i	30	45	15	10

Ответ: а) 1,05; б) 1; в) 0,03; г) 2,05.

4.

x_i	1	3	5
n_i	30	40	30

Ответ: а) 3; б) 3,3; в) 10; г) 1,5.

5.

x_i	1	3	4	5
n_i	35	30	25	10

Ответ: а) 2,75; б) 2,85; в) 3,65; г) 2,55.

6.

x_i	1	2	4
n_i	25	40	35

Ответ: а) 2; б) 0,245; в) 2,45; г) 1,55.

7.

x_i	1	2	3	5
n_i	25	20	35	20

Ответ: а) 2,75; б) 2,7; в) 1,7; г) 1,75.

8.

x_i	2	4	5
n_i	20	25	55

Ответ: а) 4; б) 3,95; в) 4,25; г) 4,15.

13. Интервальные оценки параметров распределения

13.1. По выборке, извлеченной из нормально распределенной генеральной совокупности, найдено выборочное среднее \bar{X}_n . Найти доверительный интервал для генеральной средней, если известна предельная погрешность δ ее оценки с помощью выборки.

1. $\bar{X}_n = 1,7, \delta = 0,1$.

Ответ: а) (1,6; 1,8); б) (-0,17; 0,17); в) (-1/17; 1/17); г) (0,017; 1,71).

2. $\bar{X}_n = 4,7, \delta = 0,1$.

Ответ: а) (-0,47; 0,47); б) (4,6; 4,8); в) (-1/47; 1/47); г) (0,047; 1,47).

3. $\bar{X}_n = 0,6, \delta = 0,1$.

Ответ: а) (0,06; 0,7); б) (-0,06; 0,06); в) (0,06; 6); г) (0,5; 0,7).

4. $\bar{X}_n = 2,3, \delta = 0,01$.

Ответ: а) (0; 3); б) (-0,23; 0,23); в) (2,29; 2,31); г) (0,023; 0,23).

5. $\bar{X}_n = 1,98, \delta = 0,05$.

Ответ: а) (0,396; 3,96); б) (1,93; 2,03); в) (-0,198; 19,8); г) (0,193; 0,203).

6. $\bar{X}_n = 0,56, \delta = 0,01$.

Ответ: а) (0,55; 0,57); б) (-0,056; 0,056); в) (0,506; 5,6); г) (-0,0056; 0,0056).

7. $\bar{X}_n = 0,32, \delta = 0,01$.

Ответ: а) (0,032; 0,33); б) (-0,0032; 0,0032); в) (0,31; 0,33); г) (0,032; 3,2).

8. $\bar{X}_n = 1,88, \delta = 0,05$.

Ответ: а) (0,376; 3,76); б) (-0,0376; 0,0376); в) (-0,188; 0,188); г) (1,83; 1,93).

9. $\bar{X}_n = 1,73, \delta = 0,01$.

Ответ: а) (1,72; 1,74); б) (-0,172; 0,174); в) (-0,0173; 0,0173); г) (0,0173; 1,073).

13.2. Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема n найдено исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение S . Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью γ .

1. $n = 25; S = 0,8; \gamma = 0,95$.

Ответ: а) (0,541; 1,056); б) (0,6; 0,8); в) (0,71; 0,93); г) (0; 1).

2. $n = 8; S = 0,5; \gamma = 0,95$.

Ответ: а) (-0,4; 0,4); б) (0,1; 0,9); в) (0,3; 1,3); г) (0,625; 1,6).

3. $n = 18; S = 1; \gamma = 0,95$.

Ответ: а) (2; 4); б) (1,8; 4,2); в) (0,4; 1,2); г) (2,6; 3,4).

4. $n = 12$; $S = 2$; $\gamma = 0,99$.

Ответ: а) (1,1; 2,1); б) (1,1; 2,9); в) (0,2; 3,8); г) (0,9; 2,9).

5. $n = 16$; $S = 0,4$; $\gamma = 0,99$.

Ответ: а) (4/7; 7/4); б) (0,3; 1,1); в) (0,28; 1,1); г) (0,12; 0,68).

6. $n = 19$; $S = 0,3$; $\gamma = 0,99$.

Ответ: а) (0,12; 0,48); б) (0,18; 1,8); в) (0,3; 0,9); г) (0,5; 2).

7. $n = 50$; $S = 0,6$; $\gamma = 0,99$.

Ответ: а) (0,5; 2); б) (0,18; 1,8); в) (0,42; 0,78); г) (0,3; 0,9).

8. $n = 17$; $S = 10$; $\gamma = 0,999$.

Ответ: а) (0; 11,1); б) (-8,99; 11,01); в) (8,99; 11,1); г) (-0,1; 20,1).

9. $n = 10$; $S = 1,5$; $\gamma = 0,999$.

Ответ: а) (-1,2; 4,2); б) (15/18; 18/15); в) (0,3; 2,7); г) (0,3; 3,3).

14. Гипотетический метод. Критерий согласия Пирсона

14.1. На основании выборочного критерия U (функция Лапласа) примите решение относительно выдвинутых гипотез о неизвестном параметре a распределения нормальной генеральной совокупности, если известен характер критической области, критическое значение критерия $U_{кр}$ и наблюдаемое значение критерия $U_{набл}$.

1. Критическая область – двусторонняя; $U_{кр} = 2,5$, $U_{набл} = 1,64$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;
б) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
в) альтернативная гипотеза отвергается;
г) нулевая гипотеза отвергается.

2. Критическая область – двусторонняя; $U_{кр} = 1,96$, $U_{набл} = 3$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная;
б) альтернативная гипотеза отвергается;
в) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
г) нулевая гипотеза отвергается.

3. Критическая область – двусторонняя; $U_{кр} = 0,18$, $U_{набл} = -1,2$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;
б) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
в) альтернативная гипотеза отвергается;
г) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная.

4) Критическая область – двусторонняя; $U_{кр} = 1,23$, $U_{набл} = -0,7$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;
б) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;

- в) альтернативная гипотеза отвергается;
- г) нулевая гипотеза отвергается.

5. Критическая область – левосторонняя; $U_{кр} = -1,64$, $U_{набл} = -3,6$.

Ответ: а) альтернативная гипотеза отвергается;

- б) нулевая гипотеза отвергается;
- в) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;
- г) нет оснований отклонить нулевую гипотезу.

6. Критическая область – левосторонняя; $U_{кр} = 1,96$, $U_{набл} = 2,7$.

Ответ: а) альтернативная гипотеза отвергается;

- б) отвергается нулевая гипотеза и принимается альтернативная;
- в) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
- г) нулевая гипотеза отвергается.

7. Критическая область – правосторонняя; $U_{кр} = 1,64$, $U_{набл} = 0,2$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;

- б) нулевая гипотеза отвергается;
- в) альтернативная гипотеза отвергается;
- г) нет оснований отклонить нулевую гипотезу.

8. Критическая область – правосторонняя; $U_{кр} = 0,5$, $U_{набл} = 1,64$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;

- б) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
- в) альтернативная гипотеза отвергается;
- г) нулевая гипотеза отвергается.

14.2. Пользуясь критерием согласия Пирсона при критическом значении $\chi^2_{кр}$ и наблюдаемом значении $\chi^2_{набл}$, сделайте вывод относительно выдвинутой нулевой гипотезе о том, что модельная функция $F(x)$ значимо представляет данную выборку.

1. $\chi^2_{кр} = 7,82$, $\chi^2_{набл} = 1,35$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;

- б) нулевая гипотеза принимается;
- в) принимается альтернативная гипотеза;
- г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

2. $\chi^2_{кр} = 9,49$, $\chi^2_{набл} = 2,38$.

Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;

- б) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
- в) принимается альтернативная гипотеза;
- г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

3. $\chi^2_{кр} = 12,6, \chi^2_{набл} = 22,2.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;
б) нулевая гипотеза принимается;
в) принимается альтернативная гипотеза;
г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

4) $\chi^2_{кр} = 9,5, \chi^2_{набл} = 13,22.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная;
б) нулевая гипотеза принимается;
в) принимается альтернативная гипотеза;
г) нулевая гипотеза отклоняется.

5) $\chi^2_{кр} = 16,92, \chi^2_{набл} = 34,7.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза принимается;
б) нулевая гипотеза отклоняется;
в) принимается альтернативная гипотеза;
г) нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная.

6) $\chi^2_{кр} = 19,66, \chi^2_{набл} = 7,87.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;
б) принимается альтернативная гипотеза;
в) нет оснований отклонить нулевую гипотезу;
г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

7) $\chi^2_{кр} = 21,03, \chi^2_{набл} = 64,39.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;
б) нулевая гипотеза принимается;
в) принимается альтернативная гипотеза;
г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

8) $\chi^2_{кр} = 13,3, \chi^2_{набл} = 3,061.$

- Ответ: а) нулевая гипотеза отвергается;
б) нулевая гипотеза принимается;
в) принимается альтернативная гипотеза;
г) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица значений $q = q(\gamma, n)$

n	γ		
	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64
6	1,09	2,01	3,88
7	0,92	1,62	2,98
8	0,80	1,38	2,42
9	0,71	1,20	2,06
10	0,65	1,08	1,80
11	0,59	0,98	1,60
12	0,55	0,90	1,45
13	0,52	0,83	1,33
14	0,48	0,78	1,23
15	0,46	0,73	1,15
16	0,44	0,70	1,07
17	0,42	0,66	1,01
18	0,40	0,63	0,96
19	0,39	0,60	0,92
20	0,37	0,58	0,88
25	0,32	0,49	0,73
30	0,28	0,43	0,63
35	0,26	0,38	0,56
40	0,24	0,35	0,50
45	0,22	0,32	0,46
50	0,21	0,30	0,43
60	0,188	0,269	0,38
70	0,174	0,245	0,34
80	0,161	0,226	0,31
90	0,151	0,211	0,29
100	0,143	0,198	0,27
150	0,115	0,160	0,211
200	0,099	0,136	0,185
250	0,089	0,120	0,162

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пространство элементарных событий. Классификация событий	3
2. Классическое определение вероятности	3
3. Элементы комбинаторики при решении вероятностных задач	6
4. Относительная частота события. Статистическое определение вероятности	9
5. Вероятность совместного появления независимых событий	10
6. Вероятность суммы и произведения событий	12
7. Вероятность суммы независимых событий	14
8. Формула полной вероятности	16
9. Формула Бернулли	18
10. Случайные величины. Основные законы распределения случайных величин	19
11. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки	24
12. Точечные оценки параметров распределения. Метод моментов	27
13. Интервальные оценки параметров распределения	30
14. Гипотетический метод. Критерий согласия Пирсона	31
ПРИЛОЖЕНИЕ	34

Учебное издание

Марченко Ирина Васильевна

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Контрольные задания

Технический редактор *А.Н. Гладун*
Компьютерная верстка *С.А. Кирильчик*

Подписано в печать **29.06.2009**. Формат 60x84/16
Гарнитура Times New Roman суг. Усл.-печ. л. 2.1.
Уч.-изд. л. 2,1. Тираж 40 экз. Заказ № **263**.

Учреждение образования "Могилевский государственный университет
им. А.А. Кулешова", 212022, Могилев, Космонавтов, 1.
ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии
УО "МГУ им. А.А. Кулешова" 212022, Могилев, Космонавтов, 1.