

# О ПОСТРОЕНИИ ДОСТИЖИМОЙ ВЕРХНЕЙ ОЦЕНКИ ДЛЯ СТАРШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫМИ НЕМОНОТОННЫМИ ФУНКЦИЯМИ

*И.В. Марченко (г. Минск, Беларусь)*

Рассмотрим возмущенную линейную дифференциальную систему

$$\dot{y} = A(t)y + Q(t)y, \quad y \in R^n, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

с ограниченной кусочно-непрерывной матрицей коэффициентов  $A$ , интегрально ограниченной кусочно-непрерывной матрицей возмущений  $Q$  и старшим показателем  $\lambda_n(A + Q)$ .

Пусть  $\varphi$  — положительная и кусочно-непрерывная на  $[0, +\infty[$  функция, а  $\theta(k) = \text{ess sup}\{\varphi^{-1}(t) : t \in [k, k+1[)\}$ . Обозначим через  $\mathfrak{I}[\varphi]$  множество возмущений  $Q$  таких, что выполняется условие  $\int_0^{\infty} \varphi(t) \|Q(t)\| dt < +\infty$ , а через  $\mathfrak{L}[\varphi]$  — множество матриц  $Q$ , для которых имеет место соотношение  $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} t^{-1} \int_0^t \varphi(\tau) \|Q(\tau)\| d\tau = 0$ . Пусть кроме того  $X(t, \tau)$  — матрица Коши системы (1) без возмущений, а величина  $\Lambda(\mathfrak{M})$  определяется равенством  $\Lambda(\mathfrak{M}) := \sup\{\lambda_n(A + Q) : Q \in \mathfrak{M}\}$ , где  $\mathfrak{M} = \mathfrak{I}[\varphi]$  или  $\mathfrak{M} = \mathfrak{L}[\varphi]$ .

**Теорема 1.** Если  $\varphi(t) \geq 2$  при всех  $t \geq 0$  и для каждого достаточно малого  $\varepsilon > 0$  выполняется равенство

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} m^{-1} \sum_{k=1}^m \theta^{1+\varepsilon}(k) \int_{k-1}^k \varphi(\tau) d\tau = 0,$$

то справедлива формула  $\Lambda(\mathfrak{L}[\varphi]) = \overline{\lim}_{m \rightarrow \infty} m^{-1} \ln \eta_m$ , где последовательность  $\eta_m$  при  $m \in N$  определяется рекуррентным соотношением  $\eta_m = \max_{k < m} (\|X(m, k)\| \theta(k) \eta_k)$ ,  $k \in N \cup \{0\}$ , с произвольным начальным условием  $\eta_0 > 0$ .

**Теорема 2.** Если  $v(k) := k^{-1} \theta(k) \leq 1/2$  при всех  $k \in N$  и для каждого достаточно малого  $\varepsilon > 0$  выполнено неравенство

$$\sum_{k=1}^{\infty} v^{1+\varepsilon}(k) \int_{k-1}^k \varphi(t) dt < +\infty,$$

то справедлива формула  $\Lambda(\mathfrak{I}[\varphi]) = \overline{\lim}_{m \rightarrow \infty} m^{-1} \ln \eta_m$ , где последовательность  $\eta_m$  при  $m \in N$  определяется рекуррентным соотношением  $\eta_m = \max_{k < m} (\|X(m, k)\| v(k) \eta_k)$ ,  $k \in N \cup \{0\}$ , с произвольным начальным условием  $\eta_0 > 0$ .