О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ СИСТЕМЫ ЛЬЕНАРА С ТРЕМЯ СОСТОЯНИЯМИ РАВНОВЕСИЯ

Н. П. Морозов (Могилев, Беларусь)

В докладе рассматривается система Льенара

$$\dot{x} = y - \lambda F(x), \quad \dot{y} = -g(x) \tag{1}$$

Функции $F(x)$ и $g(x)$ дважды дифференцируемы на $\mathbb{R}$, причем $F'''(x) > 0$ и $g''(x) < 0$ при $x > 0$.

Теорема. *Пусть выполнены условия:*

1) *существуют числа a и b такие, что $0 < a < b$ и $g(b) = g(0) = 0$, $F(a) = F(0) = 0$;*

2) *корень $x = p > 0$ уравнения $F(x) = -F(q)$, где q положительный нуль производной функции $F(x)$, удовлетворяющий условию $G(p) \leqslant \frac{3}{7}G(b)$, где $G(x) = \int\limits_0^x g(t)dt$.*

Тогда система (1) *имеет, по крайней мере, один устойчивый предельный цикл при всех $\lambda > 0$, расположенный в полосе $|x| \leqslant G^{-1}\Big(\frac{7}{3}G(p)\Big)$.*

В частности, система

$$\dot{x} = y - \lambda(\beta x^2 - \alpha)x, \quad \dot{y} = -(\gamma - \delta x^2)x,$$

где α, β, γ, δ — положительные числа, такие что

$$\gamma\beta > \frac{28 + 8\sqrt{7}}{9}\alpha\delta,$$

имеет устойчивый предельный цикл при всех $\lambda > 0$.