

О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЯХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО УБЫВАЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Баган Сергей Николаевич (Беларусь, Могилев)

Рассматриваем линейную систему

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (1_A)$$

с кусочно-непрерывной ограниченной матрицей коэффициентов $A(\cdot)$, характеристическими показателями $\lambda_1(A) \leq \dots \leq \lambda_n(A)$, коэффициентом неправильности Гробмана $\sigma_\Gamma(A)$ и формальной упорядоченной по возрастанию показателей системой $X(t) = [X_1(t), \dots, X_n(t)]$ решений.

Введем в рассмотрение величину неправильности $\sigma_*(A)$, определяемую соотношением

$$\sigma_*(A) = \min \{ \sigma_\Gamma(A), \max_{i,j} \{ \lambda_i + \delta_j \} \}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где λ_i и δ_j — показатели соответственно i -го столбца матрицы $X(t)$ и j -ой строки обратной матрицы $X^{-1}(t)$.

Вместе с системой (1_A) рассматриваем возмущенную систему (1_{A+Q}) с кусочно-непрерывным экспоненциально убывающим возмущением Q , определяемым условием $\lambda[Q] < -\sigma_*(A)$.

Известно [1, 2], что $\lambda_n(A+Q) = \lambda_n(A)$, если $\lambda[Q] < -\sigma_*(A)$. Мы получим оценки снизу для остальных показателей $\lambda_1(A+Q), \dots, \lambda_{n-1}(A+Q)$ через показатели исходной системы.

Будем рассматривать нетривиальный случай $\sigma_*(A) < \sigma_\Gamma(A)$. Справедлива следующая

Лемма. Неравенство $\sigma_*(A) < \sigma_\Gamma(A)$ имеет место тогда и только тогда, когда выполняются условия $\lambda_i(A) < \lambda_n(A)$, $\delta_i(A) < \delta_n(A)$ для всех $i = 1, \dots, n-1$. В этом случае имеет место равенство

$$\sigma_*(A) = \max_{j < n} \{ \max \{ \lambda_n + \delta_j \}, \lambda_{n-1} + \delta_n \}.$$

Справедлива следующая

Теорема. Если выполнено условие $\lambda[Q] < -\sigma_*(A)$, то $\lambda_i(A+Q) > \lambda_i(A) + \lambda_{n-1}(A) - \lambda_n(A)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$.

Литература. 1. Прохорова Р.А. // Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12, № 3. С. 475–483. 2. Ласый П.Г. // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19, № 3. С. 529–532.