

ЗАДАЧЫ ДЛЯ КЕМПІВЫХ

(Траця. Пачатак у № 9)

ЗАДАЧЫ, ЯКІЯ ПРАДСТАЎЛЯЮЦА ЁЎ ПРАСТОРЫ СТАНАЎ

Разгледзім шэраг нестандартных задач, рашэнне якіх трэба весці ў прасторы станаў. Пошук адказаў на пытанні такіх задач зручна адлюстроўваць у выглядзе графа (лагічнага дрэва). Граф у гэтым выпадку ўяўляе праграму, дзе выразна ўказана паслядоўнасць выканання дзеянняў. Граф дапамагае захоўваць інфармацыю, якую трэба трымаць у памяці, і папярэджае вучняў ад паўторнага выканання пэўных дзеянняў.

Пачатковыя звесткі аб графах патрэбнага выгляду дзеці атрымліваюць ужо ў І класе, напрыклад, пры вырашчванні дрэва (падручнік „Матэматыка 1”, ч. 1, с. 9).

Пры рашэнні задач такога тыпу вельмі важна вызначыць, што прыняць за пачатковую вяршыню графа.

Задача 1 (падручнік „Матэматыка 3”, с. 36, заданне № 14). Дзесяцілітровы бітон напоўнены вадой. Як пры дапамозе сямілітровага і трохлітровага бітонаў адліць з яго 5 л вады?

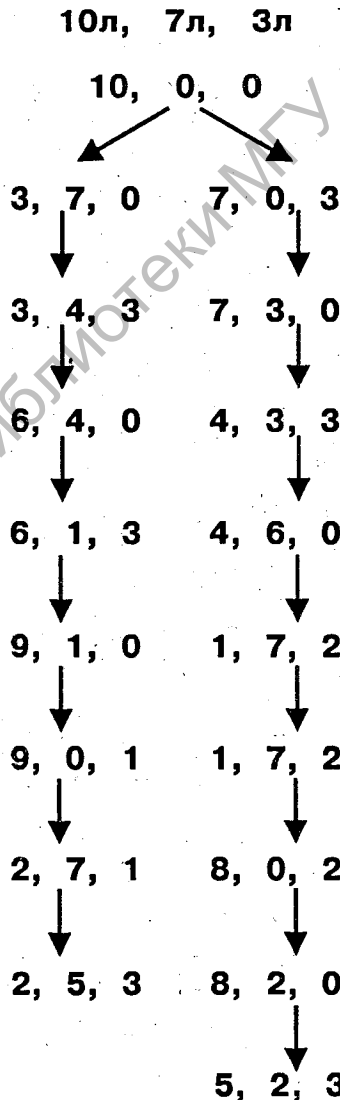
Рашэнне. З умовы задачы відавочна, што дзесяцілітровы бітон — поўны, а сямі- і трохлітровы — пустыя. Таму пачатковую вяршыню графа зручна абазначыць тройкай лікаў (10, 0, 0), дзе на першым месцы пазначаецца колькасць літраў вады ў дзесяцілітровым бітоне, на другім месцы — колькасць вады ў сямілітровым бітоне і на трэцім месцы — колькасць вады ў трохлітровым бітоне.

Новыя вяршыні графа будуць атрымлівацца пераліваннем вады з адной пасудзіны ў другую. Спачатку можна з дзесяцілітровага бітона або адліць 7 л у сямілітровы бітон (тады атрымаем вяршыню (3, 7, 0)), або адліць 3 л у трохлітровы бітон (атрымаем вяршыню (7, 0, 3)). Кожнае выкананае

пераліванне цягне за сабою адпаведнае новае і г. д. Пры гэтым магчыма атрымаць і неперспектыўныя вяршыні, якія вядуць да паўтору дзеянняў або ў тупік.

З умовы задачы можна дапусціць, што ёсць яшчэ і чацвёртая пасудзіна, у якую трэба пераліць 5 л вады з дзесяцілітровага бітона. Таму задача будзе лічыцца рэшамай, калі ў адной з пасудзін стане 5 л вады.

Граф пошуку адказу на пытанне гэтай задачы прадстаўлены на малюнку 6.



Мал. 6

Задача 2 (часопіс „Квант”, № 5, 1970 г., с. 64). Пасудзіна ёмістасцю 10 л напоўнена бензінам. З гэтай пасудзіны трэба адліць 5 л у сямілітровую пасудзіну, карыстаючыся дадатковай пустой пасудзінай у 3 л. Як гэта зрабіць?

Рашэнне. Сама ўмова гэтай задачы паказвае, што для яе рашэння трэба ўзяць толькі першую галіну графа (мал. 6).

Задача 3 (падручнік „Матэматыка 4”, заданне № 133). У бочцы 100 л бензіну. Шафёр хоча адліць 50 л бензіну. Як гэта зрабіць, калі ў яго ёсць дзве пустыя ёмістасці — на 30 л і на 70 л?

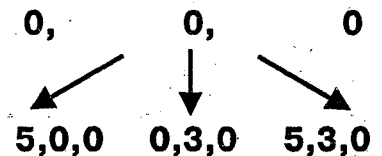
Рашэнне гэтай задачы супадае з рашэннем папярэдняй, бо ва ўмове сказана аб наяўнасці толькі дзвюх пустых ёмістасцей.

Задача 4 (падручнік „Матэматыка 2”, с. 143, заданне № 8). Як з дапамогай пяцілітровага і трохлітровага слоікаў наліць у вядро 4 л вады?

Рашэнне. Гэту задачу можна лічыць адваротнай да дзвюх папярэдніх у тым сэнсе, што тут не цэлае дзеліцца на часткі, а з частак складаецца цэлае.

За пачатковую вяршыню графа зручна ўзяць тройку лікаў (0, 0, 0): слоікі і вядро пустыя. Выбар наступнай вяршыні залежыць ад таго, як напаўняць слоікі вадой — толькі адзін (тады які?) ці абодва? Такім чынам, атрымліваюцца тры варыянты вяршынь, як гэта паказана на малюнку 7.

слоік 5л, слоік 3л, вядро



Мал. 7

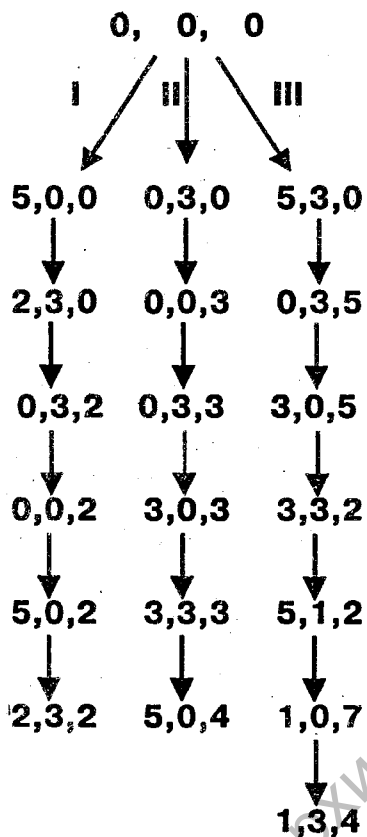
Умовай задачы не вызначана, ці ёсць у нас магчымасці:

а) выліваць ваду са слоікаў (у нейкую іншую пасудзіну);

б) даліваць ваду з крана ў няпоўныя або пустыя слоікі;

в) толькі пераліваць вадупаміж дадзенымі пасудзінамі.

Відавочна, што выкананне розных дзеянняў дае і розныя рашэнні задачы. Аднак галіны графа прадстаўлены на малюнку 8.



Мал. 8

Запішам паслядоўнасць дзеянняў па кожнай з галін:

I — в, в, а, б, в, в;

II — в, б, в, б, в, в;

III — в, в, в, в, в, в, в.

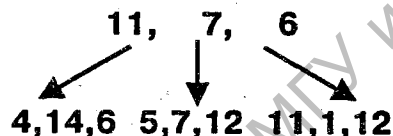
Адзначым, што на малюнку 8 прыведзены толькі некаторыя з магчымых рашэнняў.

Падкрэслім, што пры рашэнні задач у прастору станаў не трэба захапляцца толькі тэхнічным бокам працы (пераліваннем, перакладаннем і г. д.). Адшукваючы чарго-

вую вяршыню графа, неабходна прымяняць элементы эўрыстыкі, шукаць найбольш мэтазгодныя, перспектыўныя для рашэння задачы вяршыні.

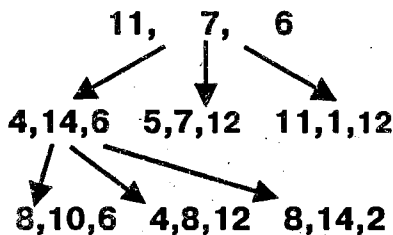
Задача 5. Ёсць тры кучкі арэхаў: 11, 7 і 6 штук. Трэба перакласці арэхі такім чынам, каб у кожнай кучцы іх стала пароўну. Пры гэтым у кожную з кучак можна дакладваць столькі арэхаў, колькі іх там ужо ёсць.

Рашэнне. Пачатковая вяршыня графа (11, 7, 6), апошняй павінна быць (8, 8, 8). Перакладваючы арэхі з адной кучкі ў другую адпаведна ўмове задачы, атрымліваем вяршыні графа, прадстаўленыя на малюнку 9.



Мал. 9

Далей мэтазгодна працаваць толькі з першай галінай графа, бо вяршыня (4, 14, 6) найбольш перспектыўная — яна дае магчымаць адразу атрымаць кучку з 8 арэхаў (мал. 10).



Мал. 10

Цяпер найбольш перспектыўнай з'яўляецца вяршыня (4, 8, 12), якая непасрэдна вядзе да мэты.

Дадатковыя задачы.

1. Першая пасудзіна змяшчае 8 л вадкасці, другая — 5 л, а трэ-

цяя — 3 л. Першая пасудзіна напоўнена вадой, астатнія — пустыя. Як з дапамогай гэтых пасудзін адмераць 1 л вады? 4 л вады?

2. Тры пасудзіны напоўнены не даверху вадой. У адной пасудзіне 11 л, у другой — 7 л, у трэцяй — 6 л. У кожную пасудзіну можна наліць з другой пасудзіны столькі вады, колькі там ужо ёсць. Як раздзяліць ваду, каб ва ўсіх пасудзінах яе стала пароўну?

3. Тамы „Дзіцячай энцыклапеды“ стаяць на кніжнай паліцы ў наступным парадку: 1, 3, 2, 5, 4. Патрабуецца паставіць іх у звычайным парадку, у парадку ўзрастання нумароў, прычым можна браць любыя дзве суседнія кнігі і ставіць іх злева паміж іншымі.

4. Сем тамоў энцыклапедычнага слоўніка стаяць у такім парадку: 1, 5, 6, 2, 4, 3, 7. Трэба паставіць іх у парадку ўзрастання нумароў, прымяніўшы некалькі разоў наступнае дзеянне: перастаноўку трох любых кніг, што стаяць побач, у пачатак, канец або паміж дзвюма іншымі кнігамі, не мяняючы пры гэтым парадак выбраных трох тамоў.

5. Сабраўся Іван-царэвіч на бой са Змеем Гарынавічам, трохгаловым і троххвостым. „Вось табе меч-кладзенец, — кажа Баба Яга. — Адным ударам ты можаш адсячы Змею або адну галаву, або дзве галавы, або адзін хвост, або два хвасты. Памятай: адсячэш галаву — новая вырасце, адсячэш хвост — два новыя адрасуць, адсячэш два хвасты — галава вырасце, адсячэш дзве галавы — нічога не вырасце“. За колькі ўдараў мяча Іван-царэвіч можа адсячы Змею ўсе галовы і хвасты?

В. У. НИКАЛАЕВА,
дацэнт кафедры метадыкі
выкладання матэматыкі
Магілёўскага педагагічнага
інстытута імя А. А. Куляшова.

(Працяг будзе)