МЕТАДЫ РАШЭННЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

У новыя падручнікі па матэматыцы для пачатковай школы ([1], [2]) уключана серыя нестандартных задач, пазначаных зорачкай. Умоўна іх можна падзяліць на дзве групы: *прапедэўтычныя* і *эўрыстычныя*. Прапедэўтычныя задачы з'яўляюцца нестандартнымі толькі для часткі вучняў пэўнага ўзросту і з часам пераходзяць у разрад стандартных (напрыклад, задачы № 5, с. 80; № 2, с. 98; № 2, с. 99 і інш. [1]). Эўрыстычныя ж задачы застаюцца нестандартнымі для ўсіх вучняў, незалежна ад іх узросту, і патрабуюць дадатковага тлумачэння (напрыклад, задачы №, с. 66; № 5, с. 67; № 6, с. 125; № 6, с. 143 і інш. [1]).

Праграмы па методыцы выкладання матэматыкі на педагагічных факультэтах навучальных устаноў не прадугледжваюць мэтанакіраванага навучання студэнтаў існуючым (а іх даволі багата) метадам рашэння эўрыстычных задач. Зразумела, што навучыць студэнта гэтаму даволі цяжка. І ўсё ж штосьці рабіць трэба.

У Магілёўскім педагагічным інстытуце часткова вырашыць гэтую складаную праблему дапамагае спецыяльны семінар «Метады рашэння задач».

Разгледзім шэраг задач і іх рашэнні, што прапануюцца на семінары. Спадзяёмся, што нашы практычныя рэкамендацыі будуць карыснымі і для настаўнікаў пачатковых класаў, дапамогуць ім у выкладанні матэматыкі ў II класе. Для рашэння задач у якасці апор можна выкарыстоўваць схематычныя чарцяжы.

Задача 1 ([1], № 5, с. 16)

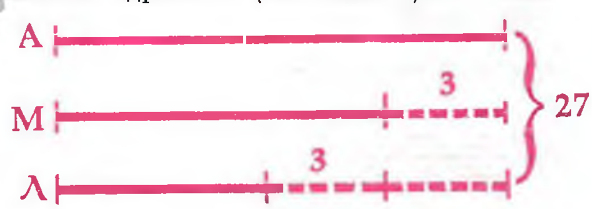
У Алеся, Мішы і Лёні разам 27 арэхаў. У Алеся — на 3 арэхі больш, чым у Мішы, а ў Мішы — на 3 арэхі больш, чым у Лёні. Колькі арэхаў у кожнага з дзяцей?

Рашэнне. Колькасць арэхаў у Алеся і Лёні параўноўваем з колькасцю арэхаў у Мішы. У Алеся арэхаў больш, а ў Лёні менш на аднолькавую колькасць. Колькасць арэхаў у Мішы пакажам адрэзкам адвольнай даўжыні, у Алеся — некалькі большым адрэзкам, а ў Лёні — на столькі ж меншым адрэзкам (гл. мал. 1):

Мал.1

Параўноўваючы адрэзкі, заўважаем, што сума арэхаў у Алеся і Лёні роўна падвоенай колькасці арэхаў у Мішы. Значыць, у Мішы было 9 арэхаў (27 : 3 = 9), у Алеся — 12 арэхаў (9 + 3 = 12), у Лёні — 6 арэхаў (9 — 3 = 6).

Адзначым, што развожанні пры рашэнні задачы адпавядаюць разважанням пры пабудове схемы. У дадзеным прыкладзе можна было зыходзіць і з іншай схемы. У Алеся арэхаў было больш, чым ва ўсіх, у Мішы — менш, а ў Лёні — яшчэ менш. Прычым у Мішы менш, чым у Алеся, на столькі ж, на колькі ў Лёні менш, чым у Мішы. Пакажам колькасць арэхаў у Алеся адрэзкам адвольнай даўжыні, у Мішы — адрэзкам, на 3 умоўныя адзінкі меншым, а ў Лёні — яшчэ на 3 умоўныя адзінкі меншым адрэзкам (гл. мал. 2):



Мал.2

Каб знайсці колькасць арэхаў ва ўсіх дзяцей разам, можна ўзяць патроеную колькасць арэхаў у Алеся і дадаць лік 9 або ад патроенай колькасці арэхаў у Лёні адняць лік 9. Такім чынам, атрымаем 2 варыянты рашэння.

Варыянт 1.

1) 27 + 9 = 36
2) 36 : 3 = 12 (арэхаў у Алеся)
3) 12 — 3 = 9 (арэхаў у Мішы)
4) 9 — 3 = 6 (арэхаў у Лёні)

Варыянт 2.

1) 27 — 9 = 18
2) 18 : 3 = 6 (арэхаў у Лёні)
3) 6 + 3 = 9 (арэхаў у Мішы)
4) 9 + 3 = 12 (арэхаў у Алеся)

Аналагічна рашаецца задача № 7 ([1], с. 124), але да яе прапануецца схема, якая з'яўляецца апорай і патрабуе пэўнага ходу рашэння.

Задача 2 ([3], № 6, 1972 г., 3-я старонка вокладкі)

У двух пакоях знаходзілася 76 чалавек. Калі з аднаго пакоя выйшла 30 чалавек, а з другога — 40, людзей у пакоях засталося пароўну. Колькі чалавек было ў кожным пакоі спачатку?

Рашэнне. Умову задачы можна паказаць з дапамогай наступнай схемы (гл. мал. 3):

Мал.3

Пры рашэнні задачы з апорай на гэтую схему разважаем некалькімі спосабамі, у выніку чаго атрымліваецца некалькі варыянтаў рашэння.

Варыянт 1. З двух пакояў разам выйшла 70 чалавек (30 + 40 = 70). Пасля гэтага ў пакоях засталося 6 чалавек (76 — 70 = 6). Але па ўмове задачы ў пакоях засталося людзей пароўну, значыць, у кожным пакоі засталося па 3 чалавекі (6 : 2 = 3). Тады спачатку ў першым пакоі было 33 чалавекі (30 + 3 = 33), а ў другім — 43 (40 + 3 = 43, або 76 — 33 = 43).

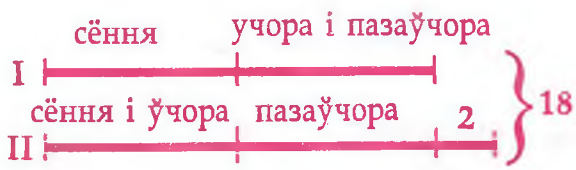
Варыянт 2. У другім пакоі было на 10 чалавек больш, чым у першым. Аднятўшы ад агульнай колькасці людзей лік 10 і падзяліўшы атрыманы лік на 2, атрымаем колькасць людзей у першым пакоі: (76 — 10) : 2 = 33 чалавекі. Тады ў другім пакоі было 33 + 10 = 43 чалавекі (або 76 — 33 = 43 чалавекі).

*Варыянт 3.*Ураўнуем першапачатковую колькасць людзей у двух пакоях, павялічыўшы на лік 10 колькасць людзей у першым пакоі (76 + 10 = 86). Тады колькасць людзей у другім пакоі будзе 43 чалавекі (86 : 2 = 43), а колькасць людзей у першым — 33 чалавекі (43 — 10 = 33, або 76 — 33 = 43).

Задача 3 ([3], № 10, 1973 г., с. 70)

Я і мой сябар набылі за 3 дні 18 марак. Сёння я купіў столькі марак, колькі мой сябар учора і сёння, але затое пазаўчора ён купіў на 2 маркі больш, чым я ўчора і пазаўчора. Колькі марак набыў кожны з нас?

Рашэнне.



Мал.4

Варыянт 1.

1) 18 — 2 = 16
2) 16 : 2 = 8 (марак набыў я)
3) 8 + 2 = 10 (марак набыў мой сябар)

Варыянт 2.

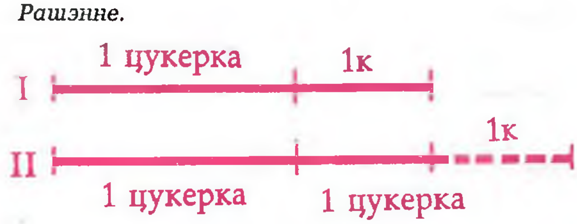
1) 18 + 2 = 20
2) 20 : 2 = 10 (марак набыў мой сябар)
3) 10 — 2 = 8 (марак набыў я)

Адказ: 8 і 10 марак.

Задача 4 ([3], № 7, 1971 г., 3-я старонка вокладкі)

Калі Коля купіць адну цукерку, то ў яго застанецца адна капейка*, а калі ён захоча купіць 2 цукеркі, то ў яго не хопіць адной капейкі. Колькі грошай у Колі?

Рашэнне.



Мал.5

Са схемы адразу відаць, што цукерка каштуе 2 капейкі. Значыць, у Колі было 3 капейкі.

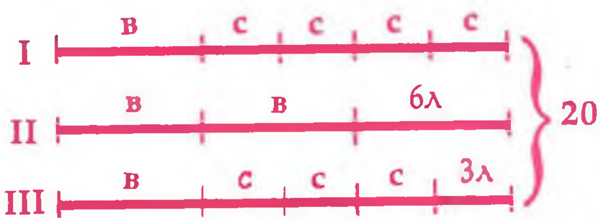
Задача 5 ([3], № 1, 1987 г., с. 23)

Ураджай садавіны сёлета быў выдатны. Мы наварылі 20 слоікаў варэння. Я размясціў іх на трох паліцах у склепе так, каб на кожнай паліцы была аднолькавая колькасць літраў варэння. На I паліцу я паставіў 1 вялікі і 4 сярэднія слоікі, на II — 2 вялікія і 6 літровых слоікаў, а на III — 1 вялікі, 3 сярэднія і 3 літровыя слоікі. Колькі літраў варэння мы наварылі?

---

* Тут і далей мы будзем карыстацца ўмоўнай цаной у капейках.

Рашэнне.



Мал.6

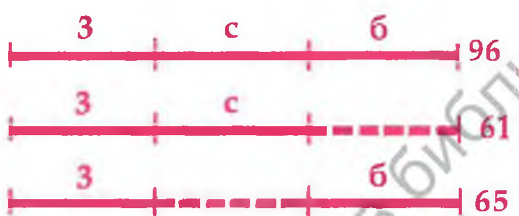
Параўноўваючы слоікі на I і III паліцах, заўважаем, што адзін сярэдні слоік адпавядае тром літровым. Тады на I паліцы стаіць адзін вялікі слоік і яшчэ 12 літраў варэння (3 · 4 = 12). Параўноўваючы слоікі на I і II паліцах, знаходзім, што вялікі слоік — шасцілітровы. Цяпер падлічым агульную колькасць літраў варэння:

4 · 6 + 7 · 3 + 9 = 54 (літры)

Задача 6 ([3], № 7, 1971 г., с. 64)

На алімпійскіх гульнях спартсмены заваявалі 96 медалёў, з іх 65 залатых і бронзавых, а залатых і сярэбраных — 61. Колькі залатых, сярэбраных і бронзавых медалёў паасобку заваявалі спартсмены?

Рашэнне.



Мал.7

Варыянт 1.

1) 96 — 61 = 35 (бронзавых медалёў)
2) 96 — 65 = 31 (сярэбраны медаль)
3) 61 — 31 = 30 (залатых медалёў)

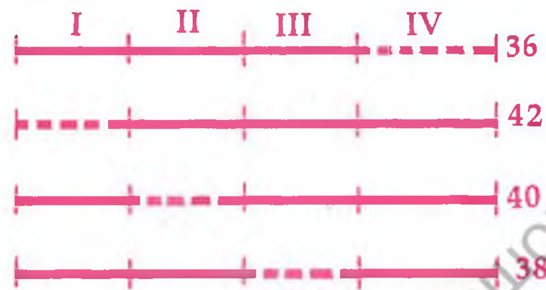
Варыянт 2.

1) 96 + 61 + 65 = 222
2) 222 — 2 · 96 = 30 (залатых медалёў)
3) 65 — 30 = 35 (бронзавых медалёў)
4) 61 — 30 = 31 (сярэбраны медаль)

Задача 7 ([3], № 8, 1971 г., 3-я старонка вокладкі)

Вучань купіў 4 кнігі. Усе кнігі без першай каштуюць 42 капейкі, без другой — 40 капеек, без трэцяй — 38 капеек, без чацвёртай — 36 капеек. Колькі каштуе кожная кніга?

Рашэнне.



Мал.8

Калі скласці ўсе цэны, цана кожнай кнігі ўлічыцца тройчы. Значыць, усе кнігі разам каштуюць

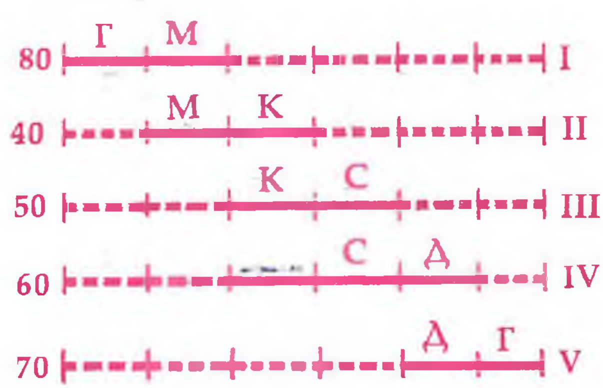
(36 + 41 + 40 + 38) : 3 = 52 (капейкі)

Тады
52 — 36 = 16 (капеек каштуе чацвёртая кніга)
52 — 42 = 10 (капеек каштуе першая кніга)
52 — 40 = 12 (капеек каштуе другая кніга)
52 — 38 = 14 (капеек каштуе трэцяя кніга)

Задача 8 ([3], № 2, 1992 г., с. 31)

Маша і Каця разам важаць 40 кг, Каця і Света — 50 кг, Света і Даша — 60 кг, Даша і Галя — 70 кг, Галя і Маша — 80 кг. Колькі важыць кожная дзяўчынка?

Рашэнне.



Мал.9

Са схемы відаць, што калі скласці ўсе вагі, то вага кожнай дзяўчынкі ўлічыцца двойчы. Значыць, усе дзеці разам важаць

(80 + 40 + 50 + 60 + 70) : 2 = 150 (кг)

Разглядаючы рады I, III і V, заўважаем, што ўсе дзеці разам, а Галя двойчы важаць 80 + 50 + 70 = 200 (кг). Тады Галя важыць 200 — 150 = 50 (кг).

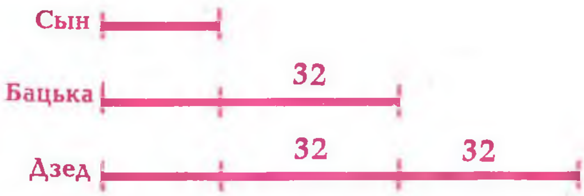
Аналагічна знаходзім вагу астатніх дзяўчынак:

Маша — 30 кг, Каця — 10 кг, Света — 40 кг, Даша — 20 кг.

Задача 9 ([3], № 4, 1973 г., с. 70)

Мой дзед старэйшы за майго бацьку на 32 гады, а мой бацька на столькі ж старэйшы за мяне. Колькі зараз гадоў кожнаму з нас, калі 3 гады назад нам усім разам не было і 100 гадоў?

Рашэнне.



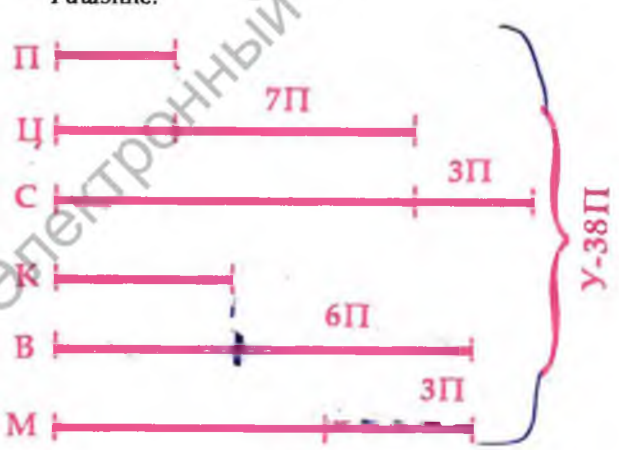
Мал.10

Са схемы відаць, што сумарны ўзрост складаецца з трох узростаў сына і ліку 96 (32 + 32 + 32 = 96). Паколькі гэты сумарны ўзрост 3 гады назад быў меншы за 100, то патроены ўзрост сына быў меншы за 4. Значыць, тры гады назад сыну быў 1 год. Зараз сыну 4 гады, бацьку 36 гадоў, дзеду 68 гадоў.

Задача 10 ([3], № 7, 1989 г., с. 43)

На лясной палянцы сабраліся сябры: Папугай, Удаў, Слонік, Цяля, Каняня, Мартышка і Вярблюдзяня. Папугай пачаў усіх вымяраць. Выявілася, што Слонік даўжэйшы за Цяля на 3 Папугаі, Вярблюдзяня даўжэйшае за Мартышку таксама на 3 Папугаі, Цяля даўжэйшае за Папугаяў на 7 Папугаяў, Вярблюдзяня даўжэйшае за Каняня на 6 Папугаяў, а ўсе яны разам укладваюцца на Удаве, даўжыня якога 38 Папугаяў. Вылічыце даўжыню ўсіх сяброў у Папугаях.

Рашэнне.



Мал.11

Ц = 8 П (1 + 7), С = 11 П (8 + 3),
П + Ц + С = 20 П (1 + 8 + 11).

Тады
К + В + М = 18 П (38 — 20).

Але
К + В + М = К + (К + 6 П) + (К + 3 П) = 3 К + 9 П.

Атрымаем
3 К + 9 П = 18 П, 3 К = 9 П, К = 3 П.

Адказ:

Цяля — 8 Папугаяў, Слонік — 11 Папугаяў, Каняня — 3 Папугаі, Вярблюдзяня — 9 Папугаяў, Мартышка — 6 Папугаяў, Удаў — 38 Папугаяў.

Вопыт работы са студэнтамі паказвае, што яны слаба валодаюць методыкай выкарыстання схем і пры рашэнні эўрыстычных задач аддаюць перавагу складанню ўраўненняў, няроўнасцей і іх сістэм. Таму выпрацоўка навыкаў рашэння эўрыстычных задач з дапамогай схем патрабуе спецыяльнай папярэдняй арыентацыі на гэта студэнтаў.

ЛІТАРАТУРА

1. Матэматыка: 2 кл.: Падручнік для пач. шк./М. І. Касабуцкі, А. Т. Катасонава, А. А. Столяр, Т. М. Чабатарэўская; Пад рэд. А. А. Столяра. — Мн.: Нар. асвета, 1993. — 160 с.

2. Матэматыка ў 2-м класе: Дапам. для настаўніка/М. І. Касабуцкі, А. Т. Катасонава, А. А. Столяр, Т. М. Чабатарэўская; Пад рэд. А. А. Столяра. — Мн.: Нар асвета, 1993. — 56 с.

3. Часопіс «Квант», № 7 — 8 (1971), № 6 (1972), № 4, 10 (1973), № 1 (1987), № 7 (1989), № 2 (1992).

В. У. НІКАЛАЕВА,
кандыдат педагагічных навук,
дацэнт кафедры методыкі
выкладання матэматыкі
МДПІ імя А. А. Куляшова.

г. Магілёў.