АД НАВУЧАЛЬНЫХ ГУЛЬНЯЎ ДА МАТЭМАТЫЧНЫХ ВЕДАЎ

Галоўнай асаблівасцю падручнікаў па матэматыцы пад рэдакцыяй А. А. Столяра з'яўляецца выкарыстанне сістэмы навучальных гульняў, з дапамогай якіх вырашаецца задача фарміравання ў вучняў пачатковых класаў элементаў лагічнага мыслення, асноўных лагічных аперацый, падрыхтоўкі дзяцей да засваення пэўных матэматычных ідэй.

Знаёмства з навучальнымі гульнямі пачынаецца ў І класе. Спачатку яны ўяўляюць матэматычныя або лагічныя задачы, рашэнне якіх ажыццяўляецца шляхам выканання практычных дзеянняў з апорай на дыдактычны матэрыял, спецыяльна распрацаваны для гэтай мэты.

У II, III і IV класах навучальныя гульні рэалізуюцца ў выглядзе матэматычных задач, рашэнне якіх з'яўляецца вынікам лагічнага мыслення і матэматычных дзеянняў без апоры на наглядны матэрыял.

Кожная навучальная гульня мае тры аспекты: матэматычную сутнасць, методыку арганізацыі і правядзення і магчымасць выкарыстання атрыманых ведаў пры рашэнні задач.

Аўтары артыкула "Вывучэнне тэмы "Гульні з абручамі" Н. В. Акуліч, Н. У. Касцюковіч, В. В. Падгорная (часопіс "Пачатковая школа", № 2 — 3, 1996) ахарактарызавалі матэматычную аснову гульняў з абручамі, падрабязна апісалі методыку арганізацыі і правядзення такіх гульняў. Але засталося без адказу пытанне: дзе і якім чынам выкарыстоўваюцца атрыманыя веды? Прапануем настаўніку прыклады задач, у аснове якіх ляжаць гульні з абручамі.

Рашэнне задач з дапамогай кругоў прадугледжвае вызначэнне:

колькасці кругоў;

абласцей, што ўтвараюць кругі;

уласцівасцей прадметаў у кожнай з атрыманых абласцей;

колькасці прадметаў у кожнай вобласці.

Для выканання гэтых дзеянняў дастаткова ведаў, атрыманых вучнямі ў працэсе правядзення гульняў з абручамі.

Задача 1 (падручнік "Матэматыка 2", с. 20, № 5). Колькі ўсяго пунктаў? Колькі пунктаў унутры вялікага круга, унутры абодвух кругоў, па-за абодвума кругамі? (Мал. 1.)

Рашэнне. Умова задачы задае 2 перасякальныя кругі, якія вызначаюць 4 вобласці (мал. 2):

а) унутры абодвух кругоў;

б) унутры вялікага круга, але па-за малым;

в) унутры малога круга, але па-за вялікім;

г) па-за абодвума кругамі.

Пункты размешчаны ва ўсіх абласцях. Лічым, колькі іх у кожнай вобласці, і запісваем атрыманыя лікі лічбамі (мал. 3).

Цяпер адкажам на пытанні задачы. Усяго на малюнку 24 пункты. Унутры вялікага круга 10 пунктаў (3 + 7 = 10), унутры абодвух кругоў 3 пункты, па-за абодвума кругамі 9 пунктаў.

Работу над задачай можна прадоўжыць, калі сфармуляваць яшчэ некалькі дадатковых пытанняў.

Колькі пунктаў унутры маленькага круга? (5 + 3 = 8)

Колькі пунктаў унутры маленькага круга, але па-за вялікім? (5)

Колькі пунктаў унутры вялікага круга, але па-за маленькім? (7)

Колькі пунктаў па-за вялікім кругам? (5 + 9 = 14)

Колькі пунктаў па-за малым кругам? (7 + 9 = 16)

Колькі ўсяго пунктаў унутры кругоў? (5 + 3 + 7 = 15)

Колькі пунктаў атрымаецца, калі скласці колькасць пунктаў у вялікім крузе (10) з колькасцю пунктаў у малым крузе (8)? (10 + 8 = 18)

Чаму колькасць пунктаў унутры кругоў (15) не супадае з сумай 10 + 8 = 18? (Калі мы складваем колькасць пунктаў унутры вялікага круга з колькасцю пунктаў унутры малога круга, то 3 пункты ўнутры абодвух кругоў улічваюцца двойчы.)

Далей можна прапанаваць вучням запісаць праўдзівыя роўнасці і растлумачыць, што яны азначаюць. Напрыклад:

5 + 3 = 8 (колькасць пунктаў у маленькім крузе);

7 + 3 = 10 (колькасць пунктаў у вялікім крузе);

5 + 3 + 7 = 15 (колькасць пунктаў унутры кругоў);

5 + 3 + 7 + 9 = 24 (усяго пунктаў на малюнку);

24 - 9 = 15 (колькасць пунктаў унутры кругоў).

Задача 2 (падручнік "Матэматыка 2", с. 43, № 1). Лікі на малюнку абазначаюць лік прадметаў (мал. 4).

1. Колькі прадметаў унутры чырвонага (сіняга, чорнага) круга?
2. Колькі прадметаў унутры ўсіх трох кругоў?
3. Колькі прадметаў унутры чырвонага, але па-за сінім і чорным кругамі?
4. Колькі прадметаў унутры сіняга, але па-за чырвоным кругам?
5. Колькі прадметаў унутры чорнага, але па-за сінім і чырвоным кругамі?
6. Колькі прадметаў па-за ўсімі кругамі?

Рашэнне. Умова задачы задае 3 перасякальныя кругі. Яны ўтвараюць 8 абласцей (называем усе гэтыя вобласці).

Адказваем на пытанні задачы:

1. 5 + 2 + 1 + 3 = 11 прадметаў
(2 + 7 + 4 + 1 = 14 прадметаў,
6 + 3 + 1 + 4 = 14 прадметаў);

2. 5 + 2 + 1 + 3 + 7 + 4 + 6 = 28 прадметаў;

3. 5 прадметаў;

4. 7 + 4 = 11 прадметаў;

5. 6 прадметаў;

6. 8 прадметаў.

Фармулюем дадатковыя пытанні, напрыклад:

Колькі прадметаў унутры чырвонага, але па-за сінім кругам? (5 + 3 = 8)

Колькі прадметаў унутры чырвонага, але па-за чорным кругам? (5 + 2 = 7)

Колькі прадметаў унутры сіняга і чорнага кругоў, але па-за чырвоным? (6 + 4 + 7 = 17)

Колькі прадметаў унутры чырвонага і сіняга кругоў? (2 + 1 = 3)

Колькі прадметаў унутры чорнага і сіняга кругоў, але па-за чорным? (2)

Колькі ўсяго прадметаў?
(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36)

Ці атрымаецца гэты лік, калі скласці колькасць прадметаў у кожным з трох кругоў?

(Не. 11 + 14 + 14= 39)

Чаму? (Таму, што некалькі прадметаў агульныя для розных кругоў.)

Далей прапануем дзецям запісаць і растлумачыць праўдзівыя роўнасці.

Задача 3 (падручнік "Матэматыка 4", с. 86, № 387). У швейнай майстэрні пашылі 80 037 сініх вырабаў і 1 312 мужчынскіх касцюмаў. З мужчынскіх касцюмаў 443 былі сіняга колеру. Колькі было нясініх мужчынскіх касцюмаў?

Рашэнне. Задачу рашаем з дапамогай кругоў. Дзве ўласцівасці вырабаў ("сінія" і "мужчынскія касцюмы") абазначым двума кругамі: унутры сіняга круга — усе сінія вырабы, унутры чорнага — мужчынскія касцюмы. Плоскасць разбіваецца двума кругамі на 4 вобласці (мал. 5), у якіх знаходзяцца:

а) сінія вырабы, якія не з'яўляюцца мужчынскімі касцюмамі;

б) сінія мужчынскія касцюмы;

в) мужчынскія нясінія касцюмы;

г) вырабы, якія не з'яўляюцца сінімі і не з'яўляюцца мужчынскімі касцюмамі.

Цяпер умова задачы выглядае так: унутры сіняга круга 80 037 прадметаў, унутры чорнага круга — 1 312 прадметаў, унутры абодвух кругоў — 443 прадметы, вобласць (г) па-за кругамі пустая (мал 6). Трэба вызначыць, колькі прадметаў унутры чорнага, але па-за сінім кругам (г. зн., колькі мужчынскіх нясініх касцюмаў).

Каб работа над задачай была лагічна завершанай, перш чым адказваць на пытанне задачы, знойдзем колькасць прадметаў у кожнай вобласці (мал. 7).

У вобласці б знаходзіцца 443 прадметы (па ўмове).

У вобласці в знаходзіцца 1 312 - 443 = 869 вырабаў.

У вобласці а знаходзіцца 80 037 - 443 = 79 594 вырабы.

Цяпер можна адказаць і на пытанне задачы, і на дадатковыя пытанні.

Колькі пашылі мужчынскіх нясініх касцюмаў? (869)

Колькі пашылі сініх вырабаў, што не з'яўляюцца мужчынскімі касцюмамі? (79 594)

Колькі ўсяго вырабаў пашылі ў швейнай майстэрні? (80 037 + 1 312 - 443 = 80 906
або 79 594 + 443 + 869 = 80 906)

Задача 4 (падручнік "Матэматыка 4", с. 87, № 390). На тры машыны пагрузілі 10 480 кг вугалю. На першую і другую машыны разам пагрузілі 8 350 кг, а на другую і трэцюю — 6 180 кг. Колькі вугалю пагрузілі на кожную машыну?

Рашэнне. Умову задачы можна эмадэліраваць з дапамогай двух кругоў (мал. 8, 9).

Зрабіўшы вылічэнні, знаходзім колькасць вугалю ў кожнай вобласці (мал. 10):

1) 10 480 - 8 350 = 2 130 — унутры чорнага, па-за сінім кругам (2 130 кг вугалю пагрузілі на трэцюю машыну);

2) 6 180 - 2 130 = 4 050 — унутры абодвух кругоў (4 050 кг вугалю пагрузілі на другую машыну);

3) 8 350 - 4 050 = 4 300 — унутры сіняга, па-за чорным кругам (4 300 кг вугалю пагрузілі на першую машыну).

Вылічэнні можна правесці іншым спосабам, напрыклад:

1) 10 480 - 6 180 = 4 300 (кг) — I машына;
2) 8 350 - 4 300 = 4 050 (кг) — II машына;
3) 6 180 - 4 050 = 2 130 (кг) — III машына.

Цяпер можна адказаць на пытанні задачы і на дадатковыя пытанні.

Задача 5 (падручнік "Матэматыка 4", с 137, № 631). У класе 35 вучняў. З іх 20 займаюцца ў матэматычным гуртку, 11 — у гуртку "Умелыя рукі", 10 вучняў не ходзяць у гэтыя гурткі. Колькі вучняў з матэматычнага гуртка займаюцца ў гуртку "Умелыя рукі"? Колькі дзяцей займаюцца ў матэматычным гуртку, але не ходзяць у гурток "Умелыя рукі"?

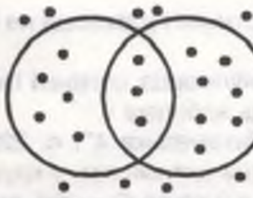
Рашэнне. Задачу будзем рашаць з дапамогай кругоў. Умовай задачы задаюцца 2 кругі. Няхай унутры чорнага круга абазначым колькасць дзяцей, якія займаюцца ў матэматычным гуртку, унутры сіняга — дзяцей, якія займаюцца ў гуртку "Умелыя рукі".

Атрымліваецца 4 вобласці з наступнымі ўласцівасцямі:

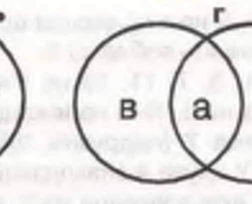
а) вучні, якія займаюцца ў абодвух гуртках;

б) вучні, якія займаюцца ў матэматычным гуртку, але не займаюцца ў гуртку "Умелыя рукі";

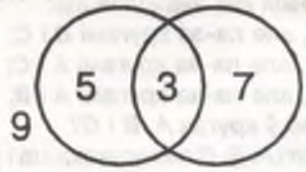
в) вучні, якія займаюцца ў гуртку "Умелыя рукі",



Мал. 1



Мал. 2

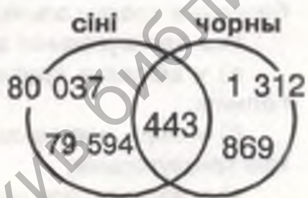


Мал. 3

Мал. 4

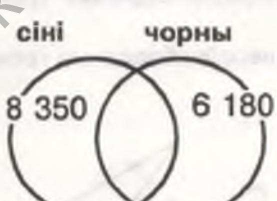
Мал. 5

Мал. 6

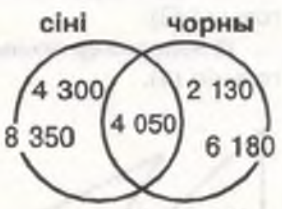


Мал. 7

Мал. 8



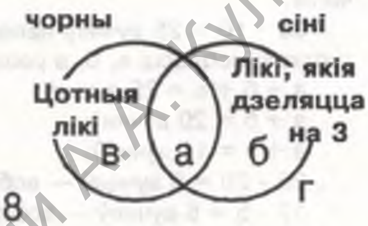
Мал. 9



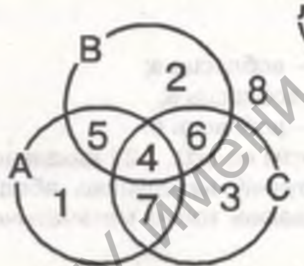
Мал. 10

Мал. 11

Мал. 12



Мал. 13



Мал. 14

Мал. 15

Мал. 16

Мал. 17

Мал. 18

але не займаюцца ў матэматычным гуртку;

г) вучні, якія не займаюцца ні ў матэматычным гуртку, ні ў гуртку “Умелыя рукі”.

З умовы задачы вядома: унутры чорнага круга — 20 вучняў, унутры сіняга — 11 вучняў, па-за абодвума кругамі — 10 вучняў. Умове задачы адпавядае мал. 11.

Вызначыўшы колькасць дзяцей у абласцях а, б, в, можна адказаць на пытанні задачы.

Усяго ў класе 35 вучняў, з іх 10 не наведваюць ні адзін з названых гурткоў. Далей праводзім вылічэнні:

35 - 10 = 25 вучняў наведваюць хаця б адзін з гурткоў (вобласці а, б, в разам);

а + б + в = 25 вучняў;

а + б = 20 вучняў;

а + в = 11 вучняў;

25 - 20 = 5 вучняў — вобласць в;

11 - 5 = 6 вучняў — вобласць а;

20 - 6 = 14 вучняў — вобласць б.

Атрыманыя лікі заносім на мал. 12 і адказваем на пытанні задачы: 6 вучняў наведваюць абодва гурткі, 14 вучняў наведваюць толькі матэматычны гуртох.

Некаторыя задачы з кругамі не патрабуюць вызначэння колькасці прадметаў у абласцях. Для іх рашэння неабходна правільна назваць уласцівасці прадметаў, што размешчаны ў розных абласцях кругоў (з выкарыстаннем лагічных аперацый).

Задача 6 (падручнік “Матэматыка 3”, с. 118, № 448). Унутры чорнага круга змешчаны цотныя лікі, унутры сіняга круга — лікі, якія дзеляцца на 3 (мал. 13).

1. Якія лікі знаходзяцца:

а) унутры абодвух кругоў;

б) унутры сіняга, але па-за чорным кругам;

в) унутры чорнага, але па-за сінім кругам;

г) па-за абодвума кругамі?

2. Дзе знаходзяцца лікі: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13?

Рашэнне.

1. Трэба назваць уласцівасці лікаў, што знаходзяцца ў чатырох абласцях, утвораных двума кругамі. Гэта:

а) лікі, што з’яўляюцца цотнымі і дзеляцца на 3 (0, 6, 12, 18, ...);

б) лікі, якія дзеляцца на 3, але не з’яўляюцца цотнымі (3, 9, 15, ...);

в) цотныя лікі, якія не дзеляцца на 3 (2, 4, 8, ...);

г) лікі, якія не з’яўляюцца цотнымі і не дзеляцца на 3 (1, 5, 7, 11, ...).

2. Для адказу на другое пытанне трэба спачатку вызначыць уласцівасці дадзеных лікаў, а потым знайсці для іх адпаведную вобласць.

Лікі 0, 6, 12 — цотныя і дзеляцца на 3. Яны належаць вобласці а.

Лікі 2, 4, 8, 10 — цотныя, але не дзеляцца на 3. Яны належаць вобласці в.

Лікі 3, 9 не з’яўляюцца цотнымі і дзеляцца на 3. Яны належаць вобласці б.

Лікі 1, 5, 7, 11, 13 не з’яўляюцца цотнымі і не дзеляцца на 3. Яны належаць вобласці г.

Задача 7 (падручнік “Матэматыка 4”, с. 229, № 101). У крузе *A* знаходзяцца цотныя лікі, у крузе *B* — лікі, якія дзеляцца на 3, а ў крузе *C* — лікі, якія дзеляцца на 5. Якія лікі знаходзяцца:

а) у крузе *A*, але па-за кругамі *B* і *C*;

б) у крузе *B*, але па-за кругамі *A* і *C*;

в) у крузе *C*, але па-за кругамі *A* і *B*;

г) адначасова ў кругах *A*, *B* і *C*?

Рашэнне. Кругі *A, B, C* перасякаюцца і ўтвараюць 8 абласцей (мал. 14).

Вызначаем уласцівасці лікаў у кожнай вобласці:

1) цотныя лікі, якія не дзеляцца ні на 3, ні на 5;

2) няцотныя лікі, якія дзеляцца на 3 і не дзеляцца на 5;

3) няцотныя лікі, якія дзеляцца на 5 і не дзеляцца на 3;

4) цотныя лікі, якія дзеляцца і на 3, і на 5.

5) цотныя лікі, якія дзеляцца на 3 і не дзеляцца на 5;

6) няцотныя лікі, якія дзеляцца на 3 і на 5;

7) цотныя лікі, якія дзеляцца на 5 і не дзеляцца на 3;

8) няцотныя лікі, якія не дзеляцца ні на 3, ні на 5.

Далей можна прапанаваць вучням назваць па некалькі лікаў з кожнай вобласці і адказаць на пытанні задачы.

Задача 8 (падручнік “Матэматыка 3”, с. 118, № 449). Унутры чорнага круга знаходзяцца прамавугольныя трохвугольнікі, унутры сіняга — раўнабедраныя трохвугольнікі (мал. 15).

Якія трохвугольнікі знаходзяцца:

а) у абодвух кругах? Намалюй такі трохвугольнік;

б) у сінім, але па-за чорным кругам? Намалюй такі трохвугольнік;

в) у чорным, але па-за сінім кругам? Намалюй такі трохвугольнік.

г) па-за абодвума кругамі? Намалюй такі трохвугольнік.

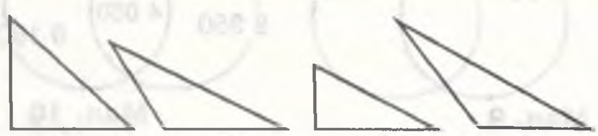
Рашэнне. Два кругі ўтвараюць 4 вобласці, у якіх знаходзяцца:

а) прамавугольныя раўнабедраныя трохвугольнікі (1):

б) непрамавугольныя раўнабедраныя трохвугольнікі (2):

в) прамавугольныя нераўнабедраныя трохвугольнікі (3):

г) непрамавугольныя нераўнабедраныя трохвугольнікі (4).



1) 2) 3) 4)

Задача 9 (падручнік "Матэматыка 3", с. 119, № 450). У сінім крузе знаходзяцца прамыя вуглы, у чорным — вострыя. Кругі перасякаюцца (мал. 16). Якія вуглы знаходзяцца:

а) у абодвух кругах;

б) па-за абодвума кругамі?

Рашэнне.

а) Унутры абодвух кругоў павінны знаходзіцца вуглы, кожны з якіх адначасова валодае дзвюма ўласцівасцямі: востры і прамы. Такіх вуглоў няма. Вобласць а пустая.

б) Па-за абодвума кругамі знаходзяцца вуглы, якія не з'яўляюцца ні прамымі, ні вострымі. Такія вуглы ёсць — тупыя.

Кругі ў дадзеным выпадку лепш размясціць так, як паказана на мал. 17.

Два неперасякальныя кругі ўтвараюць тры вобласці, у якіх знаходзяцца: прамыя вуглы, вострыя вуглы, тупыя вуглы (па-за кругамі).

Задача 10 (падручнік "Матэматыка 4", с. 52, № 253). Назаві фігуры, што знаходзяцца ў кожнай з абласцей трох кругоў.

Рашэнне. Тры кругі задаюць тры розныя ўласцівасці. Па малюнку, які змешчаны ў падручніку, вызначаем: унутры чорнага круга — чорныя фігуры, унутры сіняга круга — вялікія фігуры, унутры шэрага круга — паралелаграмы. Цяпер можна вызначыць уласцівасці фігур у кожнай з 8 абласцей, утвораных трыма кругамі (мал. 18):

1) унутры трох кругоў — чорныя вялікія паралелаграмы;

2) унутры чорнага і сіняга, але па-за шэрым кругам — чорныя вялікія непаралелаграмы;

3) унутры чорнага і шэрага, але па-за сінім кругам — чорныя невялікія паралелаграмы;

4) унутры сіняга і шэрага, але па-за чорным кругам — нячорныя вялікія паралелаграмы;

5) унутры сіняга, але па-за чорным і шэрым кругамі — нячорныя вялікія непаралелаграмы;

6) унутры чорнага, але па-за сінім і шэрым кругамі — чорныя невялікія непаралелаграмы;

7) унутры шэрага, але па-за чорным і сінім кругамі — нячорныя невялікія паралелаграмы;

8) па-за трыма кругамі — нячорныя невялікія непаралелаграмы (такіх фігур на малюнку няма, вобласць пустая).

Далей задачы, што рашаюцца з дапамогай кругоў, могуць ускладняцца ў наступных напрамках:

1) вызначэнне колькасці прадметаў у абласцях, утвораных трыма перасякальнымі кругамі, з рознымі зыходнымі ўмовамі;

2) вызначэнне абласцей, уласцівасцей, колькасці прадметаў у выпадках, калі не ўсе кругі перасякаюцца.

Рашэнне такіх задач не будзе выклікаць у дзяцей цяжкасцей пры добрай папярэдняй падрыхтоўцы.

Ланцужок "гульня — матэматычныя веды" можна прасачыць з дапамогай гульні "Цудоўны мяшэчак", з якой дзеці знаёмяцца ў І класе. У аснове яе ляжаць паняцці тэорыі імавернасцей: дакладная (абавязковая) падзея, выпадковая (магчымая, верагодная, праўдападобная) падзея.

У падручніку "Матэматыка'1" (1-я частка) прапануюцца два варыянты гульні "Цудоўны мяшэчак":

1. У непразрыстым мяшэчку ляжаць 2 чырвоныя і 2 жоўтыя шарыкі. Пры выкананні практычных дзеянняў — вымanні двух і трох шарыкаў — высвятляецца:

калі з мяшэчка наўгад выняць 2 шарыкі, то магчымы тры розныя выпадкі: абодва шарыкі жоўтыя; 1 шарык жоўты і 1 чырвоны; абодва шарыкі чырвоныя;

калі з мяшэчка выняць 3 шарыкі, то магчымы два выпадкі: 2 жоўтыя шарыкі і 1 чырвоны; 1 жоўты шарык і 2 чырвоныя.

2. У непразрыстым мяшэчку ляжаць 3 чырвоныя і 3 жоўтыя шарыкі. Праводзяцца практычныя дзеянні па выманню двух і трох шарыкаў. Робяцца вывады:

калі з мяшэчка выняць 2 шарыкі, то магчымы тры выпадкі: 2 жоўтыя шарыкі; 2 чырвоныя шарыкі; 1 жоўты шарык і 1 чырвоны;

калі з мяшэчка выняць 3 шарыкі, то магчымы чатыры выпадкі: 3 чырвоныя шарыкі; 1 жоўты шарык і 2 чырвоныя; 2 жоўтыя шарыкі і 1 чырвоны; 3 жоўтыя шарыкі.

Апісанне методыкі правядзення гульні "Цудоўны мяшэчак" дадзена ў кнізе для настаўніка "Матэматыка ў І класе".

У выніку правядзення розных варыянтаў гэтай гульні дзеці вучацца разумець словы "хоць бы адзін", "дастаткова", "неабходна", "абавязкова", "магчыма", адказваць на такія пытанні:

Колькі шарыкаў трэба выняць з мяшэчка, каб быць упэўненым у тым, што хоць бы адзін з вынятых шарыкаў акажацца ...?

Колькі шарыкаў трэба выняць з мяшэчка, каб можна было прадказаць ...?

Колькі шарыкаў трэба выняць з мяшэчка, каб абавязкова было ...?

Задачы, у аснове якіх ляжыць гульня "Цудоўны мяшэчак", характарызуюцца наступнымі параметрамі:

колькасцю груп прадметаў,

колькасцю прадметаў у кожнай групе.

Разгледзім некаторыя задачы з падручнікаў, рашэнне якіх з'яўляецца працягам гульні "Цудоўны мяшэчак".

Задача 1 (падручнік "Матэматыка 3", с. 59, № 141). У мяшэчку ляжаць 4 чырвоныя і 4 сінія шарыкі. Колькі шарыкаў трэба выняць з мяшэчка наўгад, каб сярод іх:

а) быў 1 чырвоны шарык;

б) было 2 шарыкі рознага колеру;

в) было 4 шарыкі аднаго колеру;

г) не было шарыкаў рознага колеру?

Рашэнне. У мяшэчку ляжаць 2 групы прадметаў: чырвоныя і сінія шарыкі. У кожнай з груп па 4 шарыкі, усяго 8 шарыкаў.

Перш чым адказаць на пытанні задачы, вызначым, якія наогул могуць быць сітуацыі, калі наўгад вымаць шарыкі. Шляхам разважанняў высвятляем гэтыя сітуацыі і апісваем кожную з іх.

Адзін шарык — можа быць як чырвоным, так і сінім: ч, с.

Два шарыкі — могуць быць абодва чырвоныя, абодва сінія, 1 чырвоны і 1 сіні: ч ч, с с, ч с.

Тры шарыкі — ч ч ч, ч ч с, ч с с, с с с.

Чатыры шарыкі — ч ч ч ч, ч ч ч с, ч ч с с, ч с с с, с с с с.

Пяць шарыкаў — ч ч ч ч с, ч ч ч с с, ч ч с с с, ч с с с с.

Шэсць шарыкаў — ч ч ч ч с с, ч ч ч с с с, ч ч с с с с.

Сем шарыкаў — ч ч ч ч с с с, ч ч ч с с с с.

Восем шарыкаў — ч ч ч ч с с с с.

Больш за восем шарыкаў выняць нельга.

Далей адказваем на пытанні задачы.

а) Вымаючы 1, 2, 3, 4 шарыкі, магчыма атрымаць усе толькі сінія шарыкі. Пры выманні пяці і больш шарыкаў заўсёды атрымаем хоць бы 1 чырвоны. Значыць, каб сярод вынятых шарыкаў быў абавязкова 1 чырвоны, дастаткова выняць 5 шарыкаў.

б) Каб сярод вынятых шарыкаў было 2 шарыкі рознага колеру (чырвоны і сіні), трэба выняць 5 (або больш) шарыкаў.

в) Каб сярод вынятых шарыкаў было 4 шарыкі аднаго колеру (чырвоныя або сінія), трэба выняць 7 шарыкаў.

г) Ні адзін з пералічаных вышэй выпадкаў, акрамя першага, не дае ўпэўненасці ў тым, што сярод вынятых шарыкаў не будзе шарыкаў аднаго колеру. Значыць, трэба выняць толькі 1 шарык.

Задача 2 (падручнік "Матэматыка 3", с. 85, № 279). У мяшэчку ляжаць 4 чырвоныя і 3 сінія шарыкі. Колькі шарыкаў трэба выняць з мяшэчка наўгад, каб сярод іх:

а) быў 1 сіні шарык;

б) было 2 шарыкі рознага колеру;

в) не было ніводнага чырвонага шарыка;

г) не было ніводнага сіняга шарыка?

Рашэнне. У мяшэчку ляжаць 2 групы шарыкаў: чырвоныя і сінія. У адной з груп 4 шарыкі, у другой — 3, усяго 7 шарыкаў. Асаблівасцю гэтай задачы з'яўляецца розная колькасць прадметаў у групах.

Спачатку змадэліруем і апішам магчымыя сітуацыі пры выманні рознай колькасці шарыкаў.

Адзін шарык — ч, с.

Два шарыкі — ч ч, с с, ч с.

Тры шарыкі — ч ч ч, ч ч с, ч с с, с с с.

Чатыры шарыкі — ч ч ч ч, ч ч ч с, ч ч с с, ч с с с.

Пяць шарыкаў — ч ч ч ч с, ч ч ч с с, ч ч с с с.

Шэсць шарыкаў — ч ч ч ч с с, ч ч ч с с с.

Сем шарыкаў — ч ч ч ч с с с.

Абапіраючыся на атрыманыя мадэлі, адказваем на пытанні задачы.

а) Каб сярод вынятых шарыкаў абавязкова быў 1 сіні, трэба выняць 5 шарыкаў.

б) Каб сярод вынятых шарыкаў абавязкова было 2 шарыкі рознага колеру, трэба выняць 5 шарыкаў.

в) Колькі б шарыкаў наўгад ні вымалі, нельга быць упэўненым, што сярод вынятых шарыкаў не будзе ніводнага чырвонага. Каб не было ніводнага чырвонага шарыка, не трэба іх вымаць наогул.

г) Пытанні в і г — аналагічныя, адказы на іх аднолькавыя.

Задача 3 (падручнік "Матэматыка 3", с. 161, № 163). У мяшэчку ляжаць 3 чырвоныя, 3 жоўтыя і 3 сінія шарыкі. Колькі трэба выняць шарыкаў, не гледзячы ў мяшэчак, каб быць упэўненым у тым, што:

а) хоць бы 1 з іх будзе чырвоным;

б) 3 шарыкі будуць рознага колеру;

в) 2 шарыкі будуць жоўтыя.

Рашэнне. У гэтай задачы маем 3 групы шарыкаў: чырвоныя, жоўтыя і сінія. У кожнай групе па 3 шарыкі, усяго 9 шарыкаў.

Для адказу на пытанні задачы разважаем прыкладна такім чынам.

а) Калі з мяшэчка ўзяць наўгад 1 шарык, то ён можа быць і чырвоным. А ці можа ён быць нечырвоным? Так. Ён можа быць і жоўтым, і сінім. Ці можна быць упэўненым у тым, што будзе ўзяты менавіта чырвоны шарык? Не. А калі ўзяць 2 шарыкі? Ці заўсёды сярод іх будзе чырвоны шарык? Не: можна ўзяць 2 жоўтыя шарыкі, або 2 сінія, або сіні і жоўты.

Трэба вымаць шарыкі да таго часу, пакуль не атрымаецца, што чырвоны шарык абавязкова будзе сярод іх. Возьмем, напрыклад, 6 шарыкаў. Можа здарыцца, што гэта 3 сінія і 3 жоўтыя шарыкі, а чырвоных няма. Але калі ўзяць 7 шарыкаў, то сярод іх чырвоны будзе абавязкова, бо сярод двух шарыкаў, што засталіся ў мяшэчку, не могуць быць 3 чырвоныя.

б) Каб сярод вынятых шарыкаў было абавязкова 3 шарыкі рознага колеру, неабходна ўзяць не менш за 7 шарыкаў. Калі ўзяць 6 шарыкаў, яны могуць аказацца двух колераў: напрыклад, 3 жоўтыя і 3 сінія шарыкі або 3 сінія і 3 чырвоныя.

в) Каб быць упэўненым, што сярод узятых шарыкаў будуць 2 жоўтыя, неабходна гарантаваць, што 2 жоўтыя шарыкі не могуць застацца, гэта значыць, з 9 шарыкаў трэба пакінуць у мяшэчку 1, а 8 шарыкаў выняць. Калі ж узяць менш, напрыклад 7 шарыкаў, то сярод іх могуць аказацца 3 сінія, 3 чырвоныя і толькі 1 жоўты.

Задача 4 (падручнік "Матэматыка 4", с. 178, № 851). У мяшэчку ляжаць 3 чырвоныя і 3 жоўтыя кружкі. Наўгад дасталі 4 кружкі. Што можна з упэўненасцю сказаць пра колер гэтых кружкоў? Колькі праўдзівых выказванняў ты можаш скласці?

Рашэнне. Маем 2 групы прадметаў: чырвоныя і жоўтыя кружкі. У кожнай групе па 3 прадметы. Асаблівасць гэтай задачы заключаецца ў дадатковай умове (вынялі 4 кружкі) і ў пытаннях. Яны маюць іншы сэнс у параўнанні з папярэднімі.

Калі з мяшэчка выняць 4 кружкі, то магчымы такія варыянты:

ч ч ч ж;

ч ч ж ж;

ч ж ж ж.

Іншых варыянтаў няма. Можна прапанаваць прыклады праўдзівых выказванняў:

1) сярод вынятых ёсць хаця б адзін (абавязкова) чырвоны кружок;

2) сярод вынятых ёсць хаця б адзін (абавязкова) жоўты кружок;

3) сярод вынятых не ўсе кружкі чырвоныя;

4) сярод вынятых не ўсе кружкі жоўтыя;

5) сярод вынятых хаця б 2 кружкі рознага колеру.

Вучні могуць скласці іншыя праўдзівыя выказванні.

Задача 5 (падручнік "Матэматыка 4", с. 195, № 951). У мяшэчку ляжаць 2 чырвоныя, 2 жоўтыя і 2 зялёныя кружкі. З мяшэчка дасталі наўгад 4 кружкі. Што можна сказаць пра колер гэтых кружкоў? Пры адказе на пытанне задачы выкарыстоўвай словы "магчыма" або "абавязкова".

Рашэнне. Умовай задачы задаюцца 3 групы прадметаў: чырвоныя, жоўтыя і зялёныя кружкі. У кожнай групе па 2 прадметы, колькасць вынятых кружкоў — 4.

Сярод чатырох вынятых кружкоў могуць быць:

ч ч ж ж;

ч ч з ж;

ч ч з з;

ж ж з ч;

ж ж з з;

з з ж ч.

Можна скласці наступныя выказванні:

1) сярод вынятых абавязкова будуць кружкі двух розных колераў;

2) сярод вынятых, магчыма, будуць кружкі трох розных колераў;

3) сярод вынятых, магчыма, будзе чырвоны (жоўты, зялёны) кружок;

4) сярод вынятых абавязкова будуць два кружкі аднаго колеру.

Задача 6 (падручнік "Матэматыка 4", с. 222, № 67). У мяшэчку 2 чырвоныя, 2 зялёныя і 2 жоўтыя кружкі. Колькі кружкоў трэба ўзяць з мяшэчка наўгад, каб сярод іх абавязкова былі:

а) 2 кружкі аднаго колеру;

б) 3 кружкі аднаго колеру?

Рашэнне. Гэта задача з'яўляецца працягам папярэдняй.

а) Каб сярод вынятых кружкоў абавязкова былі 2 кружкі аднаго колеру, неабходна ўзяць 4 кружкі. Калі ўзяць 3, усе яны могуць быць рознага колеру: ч, ж, з.

б) 3 кружкі аднаго колеру не могуць быць сярод вынятых, бо кружкоў кожнага колеру ў мяшэчку толькі па два.

Задача 7 (падручнік "Матэматыка 4", с. 186, № 902). У скрынцы ляжаць 10 пар чорных і 10 пар карычневых пальчатак. Колькі пальчатак дастаткова ўзяць наўгад, каб сярод іх абавязкова былі:

а) дзве пальчаткі аднаго колеру?

б) дзве чорныя пальчаткі?

Рашэнне. Перш за ўсё вызначаем, што ў скрынцы ляжаць 2 групы прадметаў: чорныя пальчаткі і карычневыя пальчаткі. У кожнай групе па 20 пальчатак (1 пара — 2 пальчаткі).

а) Каб сярод вынятых абавязкова былі 2 пальчаткі аднаго колеру, дастаткова ўзяць наўгад 3 пальчаткі (2 вынятыя пальчаткі могуць аказацца рознымі па колеру).

б) Каб былі 2 чорныя пальчаткі, трэба выняць наўгад 22 пальчаткі. Калі выняць менш, напрыклад 21 пальчатку, можа здарыцца, што сярод іх будзе 20 карычневых і 1 чорная.

Задача ўскладняецца, калі трэба выбраць пару пальчатак: 2 пальчаткі аднаго колеру, левую і праву.

У гэтым выпадку ўмову задачы можна перафармуляваць так:

У скрынцы ляжаць 4 групы пальчатак: 10 левых чорных, 10 правых чорных, 10 левых карычневых, 10 правых карычневых. Калі выняць наўгад 10 пальчатак, яны ўсе могуць быць аднаго колеру і з адной рукі (напрыклад, 10 левых чорных). З іх нельга выбраць пару на дзве рукі. Вымаем яшчэ 10 пальчатак. Усе яны могуць аказацца другога колеру і таксама з адной рукі (напрыклад, 10 правых карычневых). Пара пальчатак зноў не атрымліваецца. Вымаем наступную (дваццаць першую) пальчатку: яна будзе або правая чорная, або левая карычневая. У любым з гэтых выпадкаў цяпер можна ўтварыць пару пальчатак: карычневую або чорную.

Каб вынятая пара пальчатак была менавіта чорнай, трэба наўгад выняць 31 пальчатку. Сапраўды, калі выняць менш, напрыклад, 30 пальчатак, можа здарыцца, што гэта будуць: 10 левых чорных, 10 левых карычневых, 10 правых карычневых. Чорнай пары не атрымаецца.

Задумка аўтараў, якія ўвялі навучальныя гульні ў пачатковую школу, будзе цалкам рэалізаваная, калі настаўнікі асэнсавана правядуць дзяцей па такому шляху: "гульня — задача — матэматычныя веды".

В. У. НІКАЛАЕВА,
Т. М. ЧАБАТАРЭЎСКАЯ,
Л. А. БОНДАРАВА.
Кафедра методыкі выкладання матэматыкі Магілёўскага педагагічнага інстытута.