

НЕЛИНЕЙНОЕ КОГЕРЕНТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

Волосевич А. В. (Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова», кафедра общей физики)

Аннотация. Работа посвящена актуальной проблеме нелинейной физики – нелинейному взаимодействию волн. Эта проблема актуальна для многих областей науки, например, для нелинейной оптики, радиофизики, космической и астрофизической плазмы. В работе на основе развитой теоретической модели, описывающей плазменную неустойчивость в столкновительной ионосферной плазме, методом численного моделирования исследована эволюция плазменной неустойчивости, которая стабилизируется нелинейным волновым взаимодействием. Показано, что нелинейное взаимодействие волн приводит к стабилизации неустойчивости и к трансформации волнового спектра.

Теоретическая модель

В работе исследуется процесс стабилизации Фарлей – Бунемановской (ФБ) неустойчивости за счет трех- и четырехволнового нелинейного взаимодействия волн. В рамках магнитогидродинамической системы уравнений для столкновительной ионосферной плазмы получена нелинейная система дифференциальных уравнений и проведено численное моделирование стационарных решений.

$$\partial_t \bar{v}_e + \bar{v}_e \nabla \bar{v}_e = V_{Te}^2 \nabla \Psi_e + \omega_{he} [\bar{v}_e, e_z] - \nu_e \bar{v}_e \quad (1)$$

$$\partial_t N_e + \nabla (N_e \bar{v}_e) = 0 \quad (2)$$

$$\partial_t \bar{v}_i + \bar{v}_i \nabla \bar{v}_i = -e \nabla \varphi / m_i - \nu_i \bar{v}_i - V_{Ti}^2 \nabla N_i - \eta_i \Delta v_i \quad (3)$$

$$\partial_t N_i + \nabla (N_i \bar{v}_i) = 0 \quad (4)$$

где $\Psi_e = \Phi_e - N_e$ – обобщенный нормированный электростатический потенциал, $N_e = \bar{n}_e / n_0$ – относительная электронная плотность, k_b – постоянная Больцмана, T_e, T_i – температура электронов, ионов.

В частном случае при выполнении условия $\partial_t + \bar{v}_e \nabla \ll \nu_e$ из соотношения (1)–(4) можно определить компоненты скорости электронов вдоль и ортогонально направлению магнитного поля. Добавляя к системе уравнений (1)–(4) уравнение Пуассона для электростатического потенциала, мы получаем замкнутую систему уравнений для переменных Φ_e, N_e, N_i . Для упрощения задачи можно предположить выполнение условия квазинейтральности в ионосферной плазме $N_e = N_i$, что выполняется при не очень коротких масштабах волн. Используя метод медленно-изменяющихся амплитуд и предполагая из системы уравнений (1)–(4) полагая $N = 1 / 2 N_0(\bar{r}, t) e^{-i\omega_0 t + i k r} + c.c.$, можно получить систему уравнений, описывающую взаимодействие трех волн.

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} - (\nu_1^l - \Gamma_1^{nl}) N_1 + i \left(\frac{\bar{k}_1 \bar{v}_0}{1 + R_{k_1}} - \Omega_{k_1} - \delta \omega_1^{nl} \right) N_1 = S_1 N_0 N_2^*$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} - (\nu_1^l - \Gamma_1^{nl}) N_1 + i \left(\frac{\bar{k}_1 \bar{v}_0}{1 + R_{k_1}} - \Omega_{k_1} - \delta \omega_1^{nl} \right) N_1 = S_1 N_0 N_2^*$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} - (\nu_2^l - \Gamma_2^{nl}) N_2 + i \left(\frac{\bar{k}_2 \bar{v}_0}{1 + R_{k_2}} - \Omega_{k_2} - \delta \omega_2^{nl} \right) N_2 = S_2 N_0 N_1^*$$

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} - (\nu_0^l - \Gamma_0^{nl}) N_0 + i \left(\frac{\bar{k} \bar{v}_0}{1 + R_k} - \Omega_k - \delta \omega_0^{nl} \right) N_0 = S_0 N_1 N_2,$$

где $\omega_{\alpha l} / 2\nu_l, N_j = n_{kj} / n_0$ возмущения плотности заряженных частиц вследствие нелинейного трехволнового взаимодействия (ν и Γ_j – линейный и нелинейный инкремент нарастания волн) и, $\delta \omega_j^{nl}$ – нелинейный сдвиг частоты волны.

Результаты численного моделирования и основные выводы

Для трех волн, удовлетворяющих резонансным условиям $\bar{k} = \bar{k}_1 + \bar{k}_2$, $\omega = \omega_1 + \omega_2$ рассчитывалась система эволюционных уравнений для определенного диапазона частот и длин волн, причем одна или две волны выбирались в области линейного нарастания, соответствующих Фарлей – Бунемановской (ФБ) неустойчивости. На рис. 1 и рис. 2 приведены примеры численного моделирования.

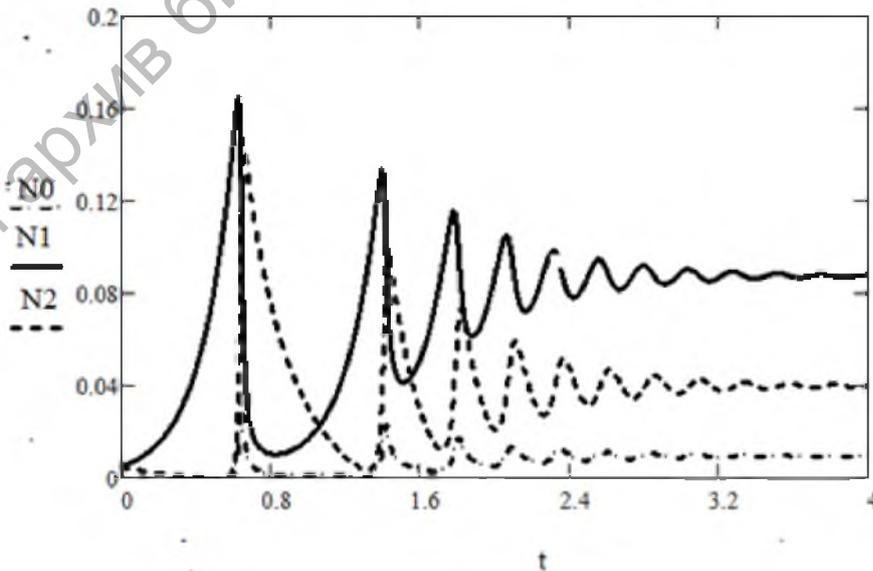


Рис. 1. Параметры $k = 4 \text{ м}^{-1}$, $k_1 = 4.24 \text{ м}^{-1}$, $k_2 = 1.44 \text{ м}^{-1}$; $\varphi_0 = 10$, $\varphi_1 = 30 \text{ deg}$, $\varphi_2 = -79.1 \text{ deg}$; $\psi_0 = 2 \text{ deg}$, $\psi_1 = 0.01 \text{ deg}$, $\psi_2 = 0 \text{ deg}$; $\omega_0 = 215 \text{ sec}^{-1}$, $\omega_1 = 1.584 \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$, $\omega_2 = 118.3 \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$; $\gamma_0 = -0.841 \text{ sec}^{-1}$, $\gamma_1 = 4.32 \text{ sec}^{-1}$, $\gamma_2 = -4.1 \text{ sec}^{-1}$; $\rho_0(0) = 10^{-3}$, $\rho_1(0) = 10^{-3}$, $\rho_2(0) = 10^{-3}$; $\nu_e = 2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_i = 2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$; $C_e = 350 \text{ м/с}$; $V_0 = 450 \text{ м/с}$

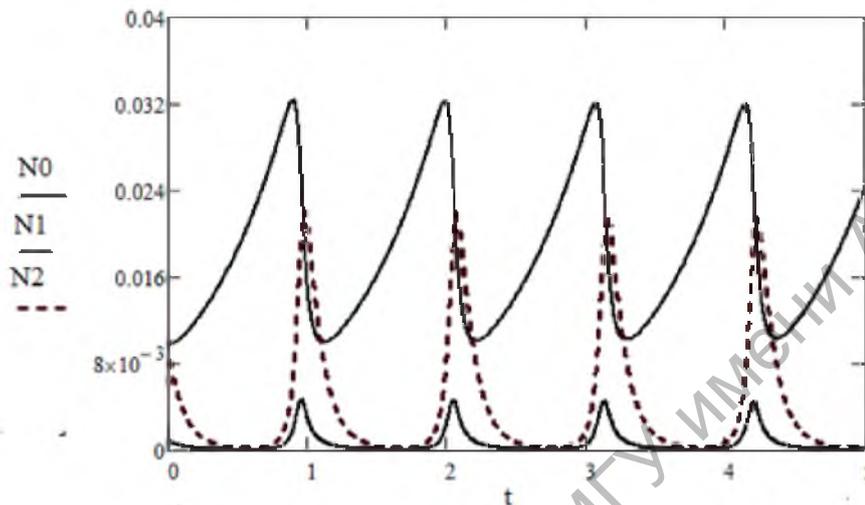


Рис. 2. Параметры $k = 4 \text{ м}^{-1}$, $k_1 = 4.26 \text{ м}^{-1}$, $k_2 = 1.44 \text{ м}^{-1}$; $\varphi_0 = 10$, $\varphi_1 = 30 \text{ deg}$, $\varphi_2 = -79.894 \text{ deg}$;
 $\omega_0 = 144.6 \text{ sec}^{-1}$, $\omega_1 = 1.543 \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$, $\omega_2 = 109.518 \cdot 10^3 \text{ sec}^{-1}$; $\psi_0 = 2.5$, $\psi_1 = 0.01$, $\psi_2 = 0.3$;
 $\gamma_0 = -0.89 \text{ sec}^{-1}$, $\gamma_1 = 0.005 \text{ sec}^{-1}$, $\gamma_2 = -0.13 \text{ sec}^{-1}$

Показано:

- В результате нелинейного взаимодействия волн возникают волны вне области линейного нарастания. В большинстве случаев волна направлена почти ортогонально линейно растущим волнам. Этот эффект нелинейного взаимодействия волн соответствует экспериментам по авроральному рассеянию радиоволн [1; 2].
- Нелинейное трех-волновое взаимодействие волн является эффективным механизмом стабилизации (ФБ) неустойчивости [5].
- Стационарное состояние (ФБ) волн соответствует уровню порядка $N \approx 2\text{--}8\%$, что совпадает с результатами эксперимента [1–2].

Литература

1. Farley, D. T. The equatorial E-region and its plasma instabilities: a tutorial./ D. T. Farley // *Ann.Geophys.*, 2009. Vol. 27. – P. 1509–1520.
2. Lee, K. High-frequency Hall current instability./ K. Lee, C.F. Kennel, J. M. Kindel // *Radio Science*, 1971. Vol. 6. – № 2. – P. 209–213.
3. Volosevich, A. V. Coherent nonlinear interaction of waves in collisional ionospheric plasma./ A. V. Volosevich, C.-V. Meister // *International Journal of Geomagnetism and Aeronomy*, 2002. Vol. 3. – № 2. – P. 151–156.
4. Volosevich, A. V. Nonlinear wave structures in collisional plasma of auroral ionosphere / A. V. Volosevich, Y. I. Galperin // *Ann. Geophys.*, 1997. Vol. 15. – P. 899–905.
5. Волосевич, А. В. Обобщенная теория Фарлей–Бунемановской неустойчивости в столкновительной плазме / А. В. Волосевич, Ю. Ф. Зарницкий // Могилев: Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. Сер. В. – № 1. – 2013. – С. 24–35.
6. Волосевич, А. В. Нелинейные электростатические структуры в столкновительной ионосферной плазме / А. В. Волосевич // Могилев: Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. Сер. В. – № 2. – 2016. – С. 44–52.