

Е.Н. Рогановская, Н.М. Рогановский (г. Могилев)

РАЗВИТИЕ ДИВЕРГЕНТНОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Необходимой составной частью креативного обучения является развитие дивергентного мышления школьников. При этом под *дивергентным мышлением* мы понимаем способность к творчеству, которая выражается в порождении множества решений на основе однозначных данных [1]. Большими возможностями в развитии дивергентного мышления обладает методика обучения учащихся поиску различных способов решения задач с опорой на логические методы познания (на анализ, синтез,

индукцию, дедукцию, сравнение, аналогию, абстрагирование, обобщение, конкретизацию, моделирование, классификацию и др.) [2]. В поиске решения задачи наиболее креативным этапом является формулирование *идеи (замысла) решения задачи*. Различные идеи могут быть двух видов: идеи, приводящие к одному способу решения и идеи, приводящие к различным способам. Высказывание таких идей представляет собой обучение использованию *направляющих эвристик*, развитию эвристического, дивергентного мышления. Совокупность таких идей для конкретной задачи очерчивает *креативное поле*, в рамках которого рекомендуется организовывать обучение дивергентному мышлению, отысканию нескольких способов решения.

Модельный пример-1. Рассмотрим следующую задачу: «Докажите, что площадь четырехугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны и равны d_1 и d_2 , находится по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ ». Креативное поле этой задачи составляют всевозможные идеи ее решения.

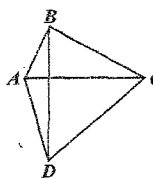


Рис. 1

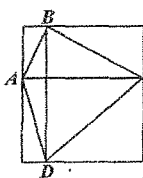


Рис. 2

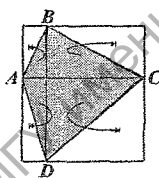


Рис. 3

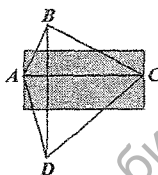


Рис. 4

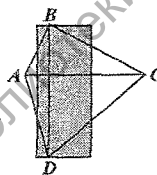


Рис. 5

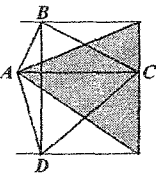


Рис. 6

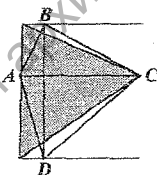


Рис. 7

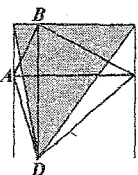


Рис. 8

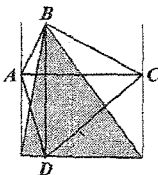


Рис. 9

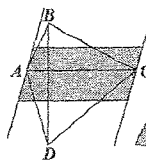


Рис. 10

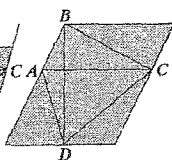


Рис. 11

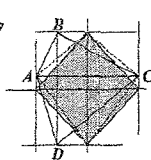


Рис. 12

Идея 1. Анализ рисунка 1 подсказывает, что данный четырехугольник состоит из четырех прямоугольных треугольников и задача тем возможно сводится к использованию суммы площадей этих треугольников. Причем суммирование можно начать с любого из этих треугольников и рассматривать остальные в двух направлениях (по часовой или против часовой стрелки).

Идея 2. Из того же рисунка видно, что данный четырехугольник состоит из двух треугольников с общей стороной AC и возможно удастся воспользоваться суммой площадей этих треугольников.

Идея 3. Можно заметить, что данный четырехугольник состоит из двух треугольников с общей стороной BD и попытаться воспользоваться суммой площадей этих треугольников (см. рис. 1).

Идея 4. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как половину площади некоторого прямоугольника со сторонами d_1 и d_2 (рис. 2).

Идея 5. К предыдущей идее можно подойти с помощью модели, изготовленной из картона (рис. 3).

Идея 6. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого прямоугольника со сторонами d_1 и $\frac{1}{2}d_2$ (рис. 4).

Идея 7. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого прямоугольника со сторонами $\frac{1}{2}d_1$ и d_2 (рис. 5).

Идея 8. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого треугольника со стороной d_2 и высотой, проведенной к этой стороне, d_1 (рис. 6).

Идея 9. Как и выше, доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого треугольника со стороной d_2 и высотой, проведенной к этой стороне, d_1 ; выбрав при этом треугольник, так как показано на рисунке 7.

Идея 10. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого треугольника со стороной d_1 и высотой, проведенной к этой стороне, d_2 , выбрав при этом треугольник, так как показано на рисунке 8.

Идея 11. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого треугольника со стороной d_1 и высотой, проведенной к этой стороне, d_2 ; выбрав при этом треугольник, так как показано на рисунке 9.

Идея 12. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь некоторого параллелограмма со сторонами d_1 и $\frac{1}{2}d_2$ (рис. 10).

Идея 13. Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как половину площади параллелограмма со сторонами d_1 и высотой d_2 (рис. 11).

Идея 14 (*блестящая идея*). Доказываемую формулу можно попытаться истолковать как площадь ромба с диагоналями d_1 и d_2 (рис. 12). Нельзя ли данный четырехугольник преобразовать в равновеликий ромб с диагоналями d_1 и d_2 ?

Степень креативности обучения можно охарактеризовать количеством выказанных идей (степенью охвата креативного поля). Если, например, были высказаны и реализованы все 14 идей, то креативность обучения максимальна и равна

отношению $\frac{14}{14} = 1$; если была высказана и реализована всего одна идея, то креа-

тивность обучения равна $\frac{1}{14}$; если идеи сообщались учащимся в готовом виде, то креативность обучения равна 0 (акцент в таком случае делается на развитие *конвергентного мышления*). Существенным показателем креативности обучения является высказывание блестящей идеи (высказана ли она вообще, в завершении формирования креативного поля, в самом начале, в некоторой его промежуточной части). В традиционном обучении обычно используется конвергентное мышление, причем в самой «антикреативной» ситуации: идея высказывается не учащимися, а учителем и рассматривается только один способ решения.

Модельный пример-2. Рассмотрим следующую задачу: Докажите тождество

$$\frac{1}{\cos x} - \sin x \operatorname{tg} x = \cos x.$$

Начальное состояние: $\frac{1}{\cos x} - \sin x \operatorname{tg} x$.

Целевое состояние: $\cos x$.

Предполагаемый набор операторов (формирование креативного поля):

Идея 1. Воспользоваться равенством $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$ (для приведения левой части тождества к общему знаменателю).

Идея 2. Воспользоваться равенством $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ (возможно, полезным окажется с помощью этого равенства заменить 1).

Идея 3. Воспользоваться равенством $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

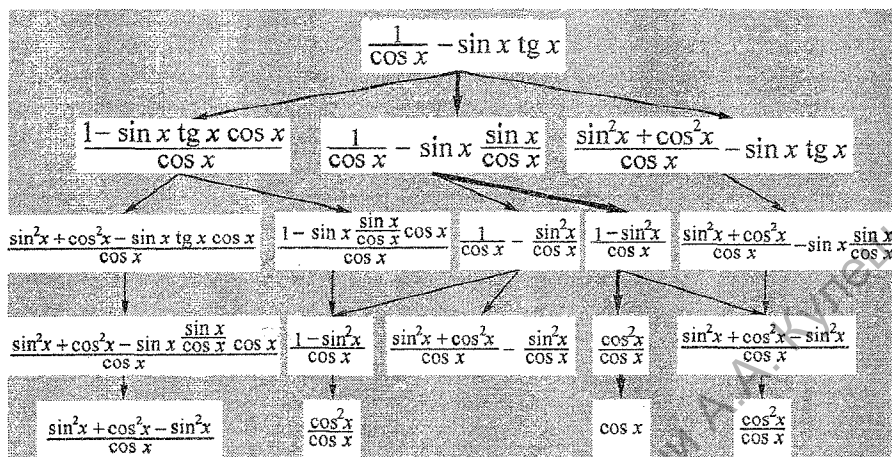
Идея 4. Воспользоваться равенством $a \cdot a = a^2$.

Идея 5. Воспользоваться равенством $\frac{ab}{b} = a$ (скорее всего, косинус, стоящий в правой части тождества получается путем сокращения дроби на общий множитель).

Идея 6. Воспользоваться комбинаций указанных выше равенств. В какой последовательности?

Идея 7 (блестящая идея). Какая последовательность приведет к блестящей идеи? Как мотивировать выбор первого шага? Возможно предпочтительнее косинус, стоящий в левой части, пока не заменять ничем (хотя бы потому, что в правой части стоит косинус), вероятнее всего целесообразно начать с применения равенства

$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ (сокращается разнообразие выражений, существенно, что появится еще один косинус).



Пространство реализаций идей креативного поля

Последовательность преобразований, реализующих блестящую идею, на рисунке 13 показана жирными стрелками.

Сформулируем некоторые методические рекомендации:

В школьном обучении необходимо шире использовать задачи, допускающие различные способы решения, предоставляющие достаточно широкое креативное поле. Учащимся необходимы образцы дивергентного мышления, служащие основой формирования интеллектуальных и поведенческих навыков. Необходимым элементом методики обучения дивергентному мышлению является сравнение различных идей решения задачи, выделения блестящей идеи. Блестящая идея – идея, которая приводит к оригинальному, наиболее рациональному решению. Различные способы решения (в контексте обучения дивергентному мышлению) не являются самоцелью. Главным является выработка у учащихся видения различных идей, выделения блестящей идеи, не прибегая к их непосредственной реализации. В этом случае мышление можно считать в высшей степени дивергентным (хотя оно и связывается с единственной реализацией).

Литература

1. Ильин, Е.П. Психология творчества, креативности, одаренности / Е.П. Ильин. – СПб.: Питер, 2009. – 448 с.
2. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие для студентов физико-математического факультета. – Ч. 1: Общие основы методики преподавания математики / Н.М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2010. – 312 с.