

1

**КОНТРОЛЬНЫЕ  
ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ  
“МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
АНАЛИЗ”**

Для студентов  
физико-математических факультетов

МОГИЛЕВ 2006

Электронный архив библиотеки МГУ имени А.А. Кулешова

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
"МОГИЛЁВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. А.А.КУЛЕШОВА"

# КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ "МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ"

Для студентов  
физико-математических факультетов



Могилёв 2006

УДК 517(076.1)  
ББК 22.16в6  
К64

*Печатается по решению редакционно-издательского  
и экспертного совета МГУ им. А.А. Кулешова*

**Авторы-составители:**

С.М. Гольдштейн, С.Д. Демиденкова, С.В. Жестков,  
И.И. Мартынов, И.В. Марченко, Н.П. Морозов

**Рецензенты:**

Кандидат физико-математических наук  
доцент *Л.А. Мазаник*;

Кандидат физико-математических наук  
доцент *Б.Д. Чеботаревский*

**Контрольные задания** по курсу «Математический анализ» /  
К64 Авт.-сост.: С.М. Гольдштейн, С.Д. Демиденкова, С.В. Жестков и др. –  
Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2006. – 34 с.

ISBN 985-480-272-8.

Представлены задания по основным разделам математического анализа:

1. Введение в анализ.
2. Дифференциальное исчисление.
3. Приложения производной.
4. Функции нескольких переменных.
5. Ряды.
6. Первообразная, таблица интегралов и неопределенный интеграл.
7. Определенный интеграл.
8. Приложения определенного интеграла.

Всего 230 заданий. Они рассчитаны на студентов I-III курсов физико-математических факультетов и могут быть полезны преподавателям при проведении контрольных мероприятий.

УДК 517(076.1)  
ББК 22.16в6

ISBN 985-480-272-8

© Коллектив авт.-составителей, 2006  
© МГУ им. А.А. Кулешова, 2006

## ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

1. Найти область определения функции  $y = \sqrt{x^2 - 16} - \sqrt{x - 2}$

- а)  $-4 \leq x \leq 4$ ;      б)  $x \geq 4$ ;  
в)  $x \geq 2$ ;              г)  $x \in \emptyset$ .

2. Найти область определения функции  $y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{x+4}$

- а)  $x \leq 1$ ;                      б)  $4 < x < 1$ ;  
в)  $x < 0$ ;                      г)  $x \in [-4; 0) \cup (0; 1)$ .

3. Найти область определения функции  $y = \frac{1}{\sqrt[3]{\sin x + \frac{1}{2}}}$

- а)  $x \neq (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;      б)  $\frac{\pi}{6} + (2k-1)\pi < x < -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;  
в)  $\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;      г)  $2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

4. Какие из указанных функций являются четными, какие нечетными, какие не являются ни четными, ни нечетными

а)  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ; б)  $y = x - x^2 + 3$ ; в)  $y = 2^{-x^{2+1}}$ ?

- а) 1, 3 – четные, 2 – не четная и не нечетная;  
б) 1, 2 – не четные и не нечетные, 3 – четная;  
в) все функции не являются ни четными и ни нечетными;  
г) 1 – нечетная, 2 – не является ни четной, ни нечетной, 3 – четная.

5. Какие из перечисленных функций являются периодическими и какой у них наименьший положительный период а)  $y = \sin^2 x$ ;

б)  $y = x \cos x$ ; в)  $y = x^2 + 2$ ?

- а) 1 и 3 – периодические,  $T = 2\pi$ ;  
б) 1 – периодическая,  $T = \pi$ , 2 – периодическая,  $T = 2\pi$ ;  
в) 1 – периодическая,  $T = \pi$ ;  
г) 1 – периодическая,  $T = 2\pi$ .

6. Зная график функции  $f(x)$ , построить график функции

$$y = \frac{1}{2} |f(x) - |f(x)||$$

- а)  $y = \begin{cases} 0, & \text{если } f(x) > 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) \leq 0 \end{cases}$ ;      б)  $y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ f(x), & \text{если } x > 0 \end{cases}$ ;  
в)  $y = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) > 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) \leq 0 \end{cases}$ ;      г)  $y = \begin{cases} -f(x), & \text{если } f(x) > 0, \\ f(x), & \text{если } f(x) \leq 0 \end{cases}$

7. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 2}{3 + n + \frac{1}{2}n^2}$

- а)  $+\infty$ ;      б)  $\frac{1}{2}$ ;  
в) 2;          г) 1.

8. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{3n^2+1}$

- а)  $e^3$ ;          б)  $e^{-\frac{1}{3}}$ ;  
в)  $e^4$ ;          г)  $e^{-3}$ .

9. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$

- а) 0;            б)  $+\infty$ ;  
в) 1;            г)  $\frac{1}{2}$ .

10. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+4} - 2}$

- а) 12;          б) 4;  
в) 3;            г)  $\frac{3}{2}$ .

11. Найти  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x} - x}{x+1}$

- а)  $+\infty$ ;        б) 3;  
в) 2;            г) 1.

12. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)^{\frac{1}{2x}}$

- а)  $\frac{1}{2}$ ;          б) 2;          в)  $e^{-1}$ ;      г)  $e$ .

13. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+2}\right)^x$

- а)  $-\frac{3}{2}$ ;          б)  $e^{-\frac{3}{2}}$ ;        в)  $e$ ;          г)  $e^3$ .

14. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arctg} x)^{\frac{1}{2x}}$

- а)  $\frac{1}{2}$ ;          б)  $e^2$ ;        в)  $e^{\frac{1}{2}}$ ;        г) не существует.

15. Существует ли предел функции  $y = \begin{cases} t^3 - 2, & \text{при } t \leq 1, \\ \cos \frac{\pi}{2} t, & \text{при } t > 1 \end{cases}$  в точках

$t = 0$  и  $t = 1$ ? Если существует, то чему он равен?

- а) в точке  $t = 0$  существует и  $\lim_{t \rightarrow 0} y = -2$ , в точке  $t = 1$  не существует;  
 б) в точках  $t = 0$  и  $t = 1$  пределы не существуют;  
 в) пределы существуют:  $\lim_{t \rightarrow 0} y = -2$ ;  $\lim_{t \rightarrow 1} y = 1$ ;  
 г) в точке  $t = 0$  предел не существует, а в точке  $t = 1$   $\lim_{t \rightarrow 1} y = 1$ .

16. Найти точки разрыва функции  $z = \frac{1}{\sin^2 \pi x + \cos^2 \pi y}$ .

- а)  $M(k; 2m + 1)$ ,  $k, m \in \mathbb{Z}$ ;                      б)  $M(\frac{1}{2} + k\pi; m)$ ,  $k, m \in \mathbb{Z}$ ;  
 в)  $M(k; \frac{1}{2} + m)$ ,  $k, m \in \mathbb{Z}$ ;                      г)  $M(k; \frac{1}{2} + k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

17.  $f(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & \text{если } x \leq \frac{\pi}{2} \\ A \cos x + B, & \text{если } \frac{\pi}{2} < x < 2\pi. \\ \sin x, & \text{если } x \geq 2\pi \end{cases}$ . Найти  $A$  и  $B$ , если известно,

что функция не имеет точек разрыва.

- а)  $A=0$ ,  $B=1$ ;                      б)  $A=1$ ,  $B=1$ ;  
 в)  $A=2$ ,  $B=2$ ;                      г)  $A=2$ ,  $B=-2$ .

18.  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{если } x < 0, \\ 3x + b, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$ . Найти  $b$ , если функция непрерывна

для всех  $x \in \mathbb{R}$ .

- а)  $b=0$ ;                      б)  $b=1$ ;  
 в)  $b=-1$ ;                      г)  $b=-2$ .

19. Найти точки разрыва функции и определить их характер

$$y = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

- а) точка разрыва  $x_0 = 5$ , устранимый разрыв;  
 б) точка разрыва  $x_0 = 5$ , разрыв первого рода с конечным скачком;  
 в) односторонние пределы в точке  $x_0 = 5$  не существуют;  
 г) точек разрыва функция не имеет.

20. Функция  $f(x) = x^2 - x + \varphi(x)$ , где  $\varphi(x)$  - неизвестная функция, непрерывна в точке,  $x_0 = 3$  и ее  $\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = 10$ . Найти значения  $\varphi(3)$ .

- а)  $\varphi(3) = 10$ ;                      б)  $\varphi(3) = -10$ ;  
 в)  $\varphi(3) = 4$ ;                        г)  $\varphi(3) = -4$ .

21. Задана сходящаяся последовательность и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ . Найти

предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2}}{a_n}$ , если он существует.

а) ничего определенного сказать нельзя;

- б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = 2^2$ ;            в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = 1$ ;            г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = 2$ .

22. Функция  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ 2x + 1, & x > 0 \end{cases}$  является

- а) непрерывной на  $R$ ;  
 б) непрерывной на  $R \setminus \{0\}$ ;  
 в) периодической на  $R$ ;  
 г) ограниченной на  $R$ .

23. Функция  $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ e^x, & x > 0 \end{cases}$  является

- а) ограниченной на  $R$ ;  
 б) периодической на  $R$ ;  
 в) непрерывной на  $R$ ;  
 г) монотонно убывающей на  $R$ .

24. Функция  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$  является

- а) монотонно убывающей на  $R$ ;  
 б) ограниченной на  $R$ ;  
 в) непрерывной на  $R$ ;  
 г) периодической на  $R$ .

25. Функция  $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$  является

- а) монотонно возрастающей на  $R$ ;  
 б) непрерывной на  $R$ ;  
 в) ограниченной на  $R$ ;  
 г) непрерывной на  $R \setminus \{0\}$ .

26. Функция  $y = \sin(5x + 2)$  является

- а) неограниченной на  $R$ ;  
 б) периодической на  $R$  с периодом  $\frac{2\pi}{5}$ ;  
 в) монотонно возрастающей на  $R$ ;  
 г) разрывной в точке  $x = 0$ .

27. Функция  $y = \ln(\sqrt{x})$ ,  $x > 0$  является

- а) непрерывной при  $x > 0$ ;  
 б) периодической с периодом  $2\pi$ ;

- в) ограниченной при  $x > 0$ ;  
 г) разрывной в точке  $x = 1$ .

**28. Функция  $y = \sqrt{1 - x^2}$  является**

- а) ограниченной при  $|x| \leq 1$ ;  
 б) разрывной в точке  $x = 0$ .;  
 в) периодической функцией при  $|x| \leq 1$ ;  
 г) монотонно возрастающей функцией при  $|x| \leq 1$ .

**29. Функция  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  является**

- а) разрывной в точке  $x = 0$ .;  
 б) непрерывной на  $R$ ;  
 в) периодической на  $R$ ;  
 г) монотонной на  $R$ .

**30. Множество  $[1, 3]$  является**

- а) неограниченным сверху;  
 б) неограниченным снизу;  
 в) ограниченным;  
 г) неограниченным и сверху и снизу.

**31. Множество  $[1, +\infty)$  является**

- а) неограниченным сверху;  
 б) ограниченным;  
 в) неограниченным снизу;  
 г) неограниченным сверху и снизу.

**32. Точная верхняя грань множества  $X_n = \left\{1 + \frac{1}{n}\right\}, n = 1, 2, \dots$  равна**

- а) 1;      б) 2;      в) 0;      г) 3.

**33. Точная нижняя грань множества  $X_n = \left\{1 + \frac{1}{n}\right\}, n = 1, 2, \dots$  равна**

- а) 0;      б) 1;      в) 2;      г)  $\frac{1}{2}$ .

**34. Точная верхняя грань множества  $X_n = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}, n = 1, 2, \dots$  равна**

- а) 0;      б) 1;      в) 2;      г) 3.

**35. Точная нижняя грань множества  $X_n = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}, n = 1, 2, \dots$  равна**

- а)  $\frac{1}{2}$ ;      б)  $\frac{1}{3}$ ;      в)  $\frac{1}{4}$ ;      г) 0.

**36. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$  равен**



- а) 0;      в) 2;      б)  $\frac{1}{2}$ ;      г) 3.

37. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{1-x}}$  равен

- а) 1;      б)  $e^2$ ;      в)  $e$ ;      г)  $\frac{1}{e}$ .

38. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 3x}$  равен

- а)  $\frac{1}{12}$ ;      б)  $\frac{1}{3}$ ;      в)  $\frac{1}{4}$ ;      г) 1.

39. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x} \right)^{3x}$  равен

- а)  $e^{-21}$ ;      б)  $e^2$ ;      в)  $\frac{1}{e}$ ;      г)  $e^{\frac{1}{2}}$ .

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Производная функции  $y = \arcsin(\sin x)$  в точке  $x = \frac{\pi}{2}$  равна:

- а) 1;      б) -1;      в) 0;      г) не определена.

2. Сумма значений производной функции

$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0 \end{cases}$  в точках  $x = 1$  и  $x = 0$  равна:

- а)  $\sin 1 - \cos 1$ ;      б)  $2 \sin 1 - \cos 1$ ;  
в)  $2 \sin 1$ ;      г) другой ответ.

3. Значение производной функции  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \geq 1, \\ x & \text{при } x < 1 \end{cases}$  в точке

$x = 1$  равно:

- а) 1;      б) меньше единицы;  
в) больше единицы;      г) не определено.

4. Производная функции  $y = \sin \sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}$  имеет вид:

а)  $\frac{1}{4} \frac{\cos x}{\cos \sqrt{\sin x}} \cdot \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}} \cos \sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}$ ;

б)  $\frac{1}{4} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} \cdot \frac{\cos \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}} \cos \sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}$ ;

в)  $\frac{1}{4} \frac{\sin x}{\sin \sqrt{\sin x}} \cdot \cos \sqrt{\cos x} \cdot \cos \sqrt{\sin \sqrt{\sin x}}$ ;

г) другой ответ.

5. Производная функции  $y = \sin(\cos^2(tg^3 x))$  имеет вид:

- а)  $-\frac{3tg^2 x}{\cos^2 x} \sin(2tg^3 x) \cos(\cos^2(tg^3 x))$ ; б)  $-3 \sin^2 x \cdot \sin(tg^3 x) \cos(\cos^2(tg^3 x))$ ;  
в)  $3tg^2 x \cdot \cos^2(tg^3 x) \cos(\cos^2(tg^3 x))$ ; г) другой ответ.

6. Значение производной функции  $y = |(x+1)(x+2)|$  в точке

$x = -2$  равно:

- а)  $-1$ ; б)  $0$ ; в)  $1$ ; г) не определено.

7. Существование конечных односторонних производных функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  является:

- а) достаточным условием дифференцируемости функции в этой точке;  
б) необходимым условием дифференцируемости функции в этой точке;  
в) необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции в этой точке;  
г) ни одно из высказываний 1-3 не имеет места.

8. Точка движется прямолинейно по закону  $s(t) = -t^2 + 9t - 3$ .

Тогда скорость ее в момент времени  $t = 4$  равна:

- а)  $1$ ; б)  $2$ ; в)  $3,5$ ; г) другой ответ.

9. Производная неявной функции  $y(x)$ , заданной уравнением

$xe^y + ye^x = 2$  при  $x = 0$  имеет значение:

- а)  $e^2 - 2$ ; б)  $-e^2 - 2$ ; в)  $1$ ; г)  $e^{-2} - 1$ .

10. Функция  $y(x)$  задана параметрически системой уравнений:

$\begin{cases} x = e^{-t} \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ . Производная  $y'(x)$  равна:

- а)  $\frac{\cos t - \sin t}{\sin t + \cos t}$ ; б)  $e^{2t}$ ; в)  $1$ ; г)  $e^{2t} t g t$ .

11. Производная четной дифференцируемой функции является:

- а) четной функцией;  
б) нечетной функцией;  
в) ни четной, ни нечетной функцией;  
г) невозможно определить.

12. Производная дифференцируемой периодической функции является:

- а) периодической функцией с тем же периодом;  
б) периодической функцией возможно с другим периодом;  
в) непериодической функцией;  
г) невозможно определить.

13. Площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$  в точке с абсциссой

$x_0 = 2$  равна:

- а) 2;      б) 1;      в) 5;      г)  $\frac{3}{2}$ .

14. Парабола  $y = \frac{ax - x^2}{4}$  пересекает ось абсцисс в начале

координат под углом  $45^\circ$  при значении параметра  $a$ , равном:

- а) 1;      б) 3;      в) 4;      г) другой ответ.

15.  $y = (4x^3 + 3x - 1)^{11} (x^4 + 4)^{12} (x^7 - 5)^6$ ;  $y^{(124)}$  равна:

- а)  $4 \cdot 124!$ ;      б) 0;      в)  $123!$ ;      г)  $4 \cdot 14!$

16.  $y = \sin x$ ;  $y^{(116)}$  равна:

- а)  $-\cos x$ ;      б)  $-\sin x$ ;      в)  $\cos x$ ;      г)  $\sin x$ .

17. Координаты точки на графике функции  $y = x^3 + 2x - 1$ , в которой касательная, проведенная к графику, будет перпендикулярна прямой  $x + y = 0$ , равны:

- а)  $(1; 2)$ ;      б)  $(\frac{3}{2}; \frac{43}{8})$ ;      в)  $(-1; -4)$ ;      г) такой точки не существует.

18. Записать уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 7x + 3$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .

а)  $5y + x - 2 = 0$ ;      б)  $y + 5x - 2 = 0$ ;

в)  $y = 5x - 2$ ;      г)  $x = 5y - 2$ .

19. Записать уравнение нормали к кривой  $y = x^2 - 16x + 7$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .

а)  $14y - x + 113 = 0$ ;      б)  $14y + x + 113 = 0$ ;

в)  $y = 14x - 113$ ;      г)  $x = 14y - 113$ .

20. Найти точку на кривой  $y = 5x^2 - 4x + 1$ , касательная в которой перпендикулярна прямой  $x + 6y + 15 = 0$ .

а)  $(1; 1)$ ;      б)  $(2; 1)$ ;      в)  $(1; 2)$ ;      г)  $(-1; 2)$ .

21. Найти точку на кривой  $y = 3x^2 - 4x + 6$ , касательная в которой параллельна прямой  $8x - y - 5 = 0$ .

а)  $(2; 10)$ ;      б)  $(-2; 10)$ ;      в)  $(10; 2)$ ;      г)  $(2; -10)$ .

22. Записать уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = 1 + x^2 + y^2$  в точке  $M(1; 1; 3)$ .

а)  $z = 2x - 2y - 1$ ;      б)  $z = 2x - 2y - 4$ ;

в)  $z = 2x + 2y - 4$ ;      г)  $z = 2x + 2y - 1$ .

23. Записать уравнение нормали к поверхности  $z = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$  в точке  $M(3; 1; 4)$ .

а)  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ ;

б)  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-1}$ ;

$$в) \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{-1}; \quad г) \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{1}.$$

### ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

1. Найти  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 8}$

а) 4;      б)  $\frac{1}{8}$ ;      в)  $\frac{1}{12}$ ;      г)  $\frac{3}{8}$ .

2. Найти  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$

а) 2;      б) -2;      в) 0;      г)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

3. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \cos 5x}{x^2 + 1 - \sin 5x}$

а) -1;      б) 1;      в) не существует;      г) -2.

4. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$

а)  $e^3$ ;      б)  $e^3$ ;      в) не существует;      г)  $\frac{1}{3}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$  равен:

а) 1;      б)  $\frac{1}{2}$ ;      в) 0;      г)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{\sin \pi x}}$  равен:

а) 1;      б)  $e^\pi$ ;      в)  $+\infty$ ;      г) 0.

7. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 2x}$  равен

а)  $\frac{1}{2}$ ;      б)  $\frac{5}{2}$ ;      в)  $\frac{2}{5}$ ;      г) 5.

8. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{5x}$  равен

а)  $\frac{3}{5}$ ;      б)  $\frac{5}{3}$ ;      в) 3;      г) 5.

9. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$  равен

а)  $\frac{1}{4}$ ;      б)  $\frac{1}{2}$ ;      в)  $\frac{1}{3}$ ;      г)  $\frac{1}{8}$ .

10. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^2 + 5 - 2x^5}$  равен

- а)  $-4$ ;      б)  $-3$ ;      в)  $\frac{1}{2}$ ;      г)  $\frac{1}{5}$ .

11. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{2x+1}$  равен

- а)  $e^6$ ;      б)  $e^3$ ;      в)  $e^{\frac{1}{2}}$ ;      г)  $e^{-2}$ .

12. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$  равен

- а)  $\frac{2}{\pi}$ ;      б)  $\pi$ ;      в)  $\frac{\pi}{2}$ ;      г)  $\frac{\pi}{4}$ .

13. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow 3} (4x-11)^{\frac{1}{x-3}}$  равен

- а)  $e^4$ ;      б)  $e^2$ ;      в)  $e$ ;      г)  $e^{\frac{1}{2}}$ .

14. Функция  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} - x$  является монотонной на промежутках:

- а)  $(-\infty; 1)$ ;      б)  $(0; +\infty)$ ;      в)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;      г)  $(-\infty; 0)$  и  $(0; +\infty)$ .

15. Если функция  $f(x) = 2ax^3 + 9ax^2 + 30ax + 66$  убывает при всех значениях  $x$ , то значение параметра  $a$  принадлежит промежутку:

- а)  $(-\infty; +\infty)$ ;      б)  $(-\infty; 0)$ ;      в)  $(0; +\infty)$ ;      г)  $(0; 1)$ .

16. Промежутками возрастания функции  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$  является:

- а)  $(-\infty; -1]$  и  $[1; +\infty)$ ;      б)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ;  
в)  $(0; 1)$ ;      г)  $[-2; 2]$ .

17. Значения параметра  $a$ , при которых функция  $f(x) = x^3 - ax$  возрастает на всей числовой оси, принадлежит промежутку:

- а)  $(\sqrt{-3}; \sqrt{3})$ ;      б)  $(-\infty; 0]$ ;      в)  $(0; +\infty)$ ;      г)  $(-\infty; 1)$ .

18. Число действительных корней производной многочлена  $P(x) = (x+1)(x-1)(x-2)(x-3)$  равно:

- а) 3;      б) 4;      в) 2;      г) невозможно определить.

19. Значения параметра  $a$ , при которых функция  $f(x) = (a^2 - 3a + 2) \left( \cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4} \right) + (a-1)x + \sin 1$  не имеет критических точек, принадлежат промежутку:

- а)  $(-1; 1)$ ;      б)  $(0; 2)$ ;      в)  $(0; 1)$  или  $(1; 4)$ ;      г) другой ответ.

20. Значения параметра  $a$ , при которых функция  $f(x) = (4a-3)(x + \ln 5) + 2(a-7) \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \sin^2 \frac{x}{2}$  не имеет критических точек, принадлежат промежутку:

- а)  $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)$ ;      б)  $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)$  или  $(2; +\infty)$ ;  
 в)  $\left(-\frac{4}{3}; 2\right)$ ;      г) другой ответ.

**21. Значения параметра  $a$ , при которых среди корней уравнения  $x^3 - 3x^2 - a = 0$  имеются два равных, следующие:**

- а)  $a = 0$ ;  $a = -4$ ;      б)  $a = -2$ ;      в)  $a = 0$ ;      г)  $a = 2$ .

**22. Уравнение  $x^3 + 3x + q = 0$  имеет:**

- а) только один действительный корень;  
 б) три действительных корня, среди которых два равных;  
 в) три различных действительных корня;  
 г) другой ответ.

**23. Если трехчлен  $x^2 + px + q$  имеет минимум при  $x = 3$ , причем этот минимум равен 5, то значения параметров  $p$  и  $q$  равны:**

- а)  $p = -2$ ;  $q = -19$ ;      б)  $p = -6$ ;  $q = 14$ ;  
 в)  $p = 0$ ;  $q = 1$ ;      г)  $p = 1$ ;  $q = 8$ .

**24. Все корни многочлена  $P_n(x) (n \geq 2)$  действительные и разные.**

**Тогда производная этого многочлена имеет:**

- а)  $n$  действительных корней;  
 б) по крайней мере  $(n-1)$  действительный корень;  
 в) точно  $(n-1)$  действительный корень;  
 г) невозможно определить.

**25. Наибольшее значение параметра  $a$ , при котором  $x = 6$  является точкой экстремума функции  $y = (x-a)^3 - 3x + a$ , равно:**

- а) 10;      б) 5;      в) 7;      г) -3.

**26. Значение параметра  $c$ , при котором функция  $y = x^3 - 2,4x^2 + cx + 8,4$  не имеет экстремума в критической точке, равно:**

- а) 1,92;      б) -10,08;      в) 2;      г) -10.

**27. Число точек экстремума функции  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  равно:**

- а) 2;      б) 3;      в) 6;      г) 1.

**28. Наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{3}{2}x - \sin^2 x$  на отрезке**

**$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  равно:**

- а)  $-\frac{3}{4}\pi$ ;      б)  $-\frac{7}{4}\pi$ ;      в)  $\frac{-4-3\pi}{4}$ ;      г) другой ответ.

29. Точка  $A(1;3)$  является точкой перегиба кривой  $y = ax^3 + bx^2$  при значениях параметров  $a$  и  $b$ , равных:

- а)  $a = -1,5; b = 4,5$ ; б)  $a = 0; b = 3$ ;  
в)  $a = 3; b = 0$ ; г) другой ответ.

30. Уравнение касательной к графику функции  $y = x^3 - 3x^2$  в точке минимума этой функции имеет вид:

- а)  $y = x + 1$ ; б)  $y = -4$ ; в)  $y = -3x + 1$ ; г)  $y = -x + 1$ .

31. График функции  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$  является выпуклой кривой на интервале:

- а)  $(0;1)$ ; б)  $\left(0; \frac{2}{3}\right)$ ; в)  $(-\infty;0)$ ; г) другой ответ.

32. Число асимптот графика функции  $y = \frac{x^3 + 9x}{x^2 - 4}$  равно:

- а) 2; б) 1; в) 3; г) 0.

33. Функция  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{2x-1}}$  принимает наименьшее значение на отрезке  $\left[\frac{3}{4}; 2\right]$  в точке:

- а)  $\frac{3}{4}$ ; б) 1; в) 2; г)  $\frac{1}{2}$ .

34. Представление числа 12 в виде суммы двух положительных слагаемых, таких, что сумма их квадратов принимает наименьшее значение, имеет вид:

- а) 4+8; б) 6+6; в) 5+7; г) 3+9.

35. График четной функции имеет асимптоту  $y = kx + b$  при  $x \rightarrow +\infty$ . Тогда уравнение асимптоты при  $x \rightarrow -\infty$  имеет вид:

- а)  $y = -kx + b$ ; б)  $y = kx - b$ ;  
в)  $y = -kx - b$ ; г) невозможно определить.

36. Кривая  $y = \frac{3x}{x-1} + 3x$  имеет следующие асимптоты:

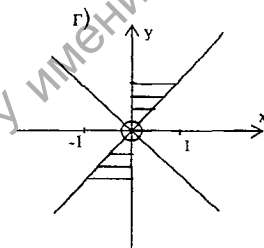
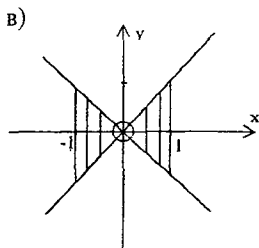
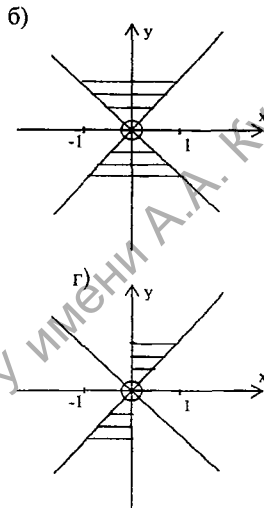
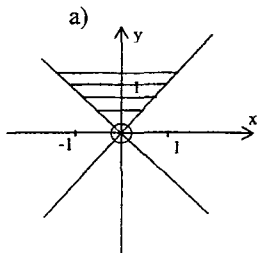
- а)  $x = 1, y = 2$ ; б)  $x = 1, y = 3x + 3$ ;  
в)  $y = 2, y = x + 1$ ; г) только  $x = 1$ .

37. Функция  $y = |x^3 - 3x^2 + 5|$  принимает наименьшее значение на отрезке  $[0;3]$  в точке:

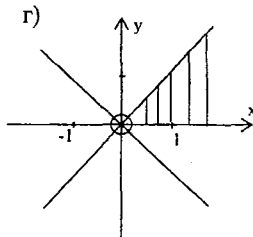
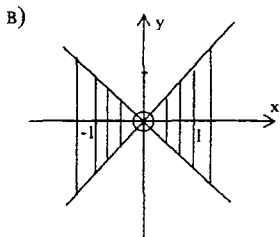
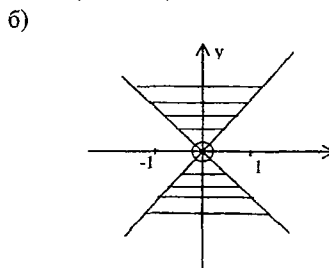
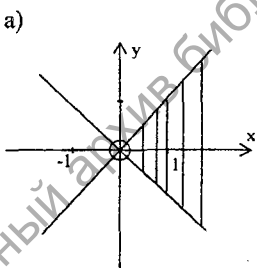
- а) 0; б) 1;  
в) 2; г) 3.

## ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Найти область определения функции  $z = \sqrt{\frac{x^2}{y^2} - 1}$



2. Найти область определения функции  $z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$





3. Для функции двух переменных  $z = \arctg \frac{x}{y}$  смешанная производная второго порядка равна:

а)  $\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;      б)  $\frac{x^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;

в)  $\frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;      г)  $\frac{y}{x^2 + y^2}$ .

4. Если  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 4 \ln x - 10 \ln y$ , то дифференциал второго порядка  $d^2 f(1; 2)$  равен:

а) 0;      б)  $dx^2 + dy^2$ ;

в)  $6dx^2 + 2dxdy + 4,5dy^2$ ;      г) другой ответ.

5. Если функция  $u(x, y) = x^3 + axy^2$  удовлетворяет уравнению

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ , то значение постоянной  $a$  равно:

а) 3;      б) -3;      в) 1;      г) 2.

6. Частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявной функции  $z(x, y)$ , заданной уравнением  $z^2 x - x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0$  в точке  $P_0(0; 1)$  равны:

а) (-3; -1);      б)  $\left(\frac{7}{2}; 2\right)$ ;      в) (0; 1);      г) (1; 3).

7. Если  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$ , то общий вид функции  $u(x, y)$ :

а)  $u(x, y) = c = const$ ;      б)  $u(x, y) = \varphi(x) + c$ ;

в)  $u(x, y) = \varphi(x) + \psi(y)$ ;      г)  $u(x, y) \equiv 0$ .

8. Если функция  $z(x, y) = \frac{y}{y^2 - 4x^2}$ , то выражение  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

равно:

а) 0;      б)  $\frac{1}{(y^2 - 4x^2)^2}$ ;      в)  $\frac{-x}{(y^2 - 4x^2)^2}$ ;      г)  $\frac{xy}{4x^2 - y^2}$ .

9. Вычислить интеграл  $\int_0^{2\pi} dx \int_0^a y \cos^2 xy dy$

а)  $\pi a^2 \left( \cos^2 a + \frac{1}{2} \sin 2a \right)$ ;      б)  $\frac{\pi a^2}{2}$ ;

в)  $\pi a^2$ ;      г)  $2\pi a \left( \sin 2a + \frac{1}{2} \cos 2a \right)$ .

10. Вычислить интеграл  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x (x - y) dy$

а)  $-\frac{3}{8}$ ; б)  $\frac{1}{14}$ ; в)  $-\frac{4}{105}$ ; г)  $\frac{2}{15}$ .

11. Вычислить интеграл  $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$

а)  $\frac{14}{3}$ ; б) 1; в)  $\frac{4}{5}$ ; г)  $\frac{2}{3}$ .

12. Вычислить интеграл  $\int_3^4 dx \int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}$

а)  $\ln \frac{4}{6}$ ; б)  $-\ln 24$ ; в)  $\ln \frac{25}{24}$ ; г)  $\ln \frac{5}{6}$ .

13. Вычислить интеграл  $\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2 dy}{y^2}$

а)  $\frac{7}{2} - \ln \sqrt[3]{2}$ ; б)  $\frac{9}{4}$ ; в)  $-3$ ; г)  $\frac{9}{2}$ .

14. Вычислить интеграл  $\int_0^1 dy \int_y^1 (x^2 + y^2) dx$

а)  $\frac{3}{8}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ ; в)  $-\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{1}{3}$ .

15. Вычислить интеграл  $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$

а)  $-2,85$ ; б)  $0,9$ ; в)  $-\frac{29}{15}$ ; г)  $-0,9$ .

16. Вычислить интеграл  $\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (1-x) dy$

а)  $2\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{13}{12}$ ; в)  $-3\frac{3}{4}$ ; г)  $\frac{23}{6}$ .

17. Вычислить интеграл  $\int_0^1 dx \int_0^2 xy dy$

а) 1; б)  $\frac{2}{3}$ ; в) 2; г)  $-1$ .

18. Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x+y) dy$

а)  $-1$ ; б) 4; в)  $\sqrt{2}$ ; г) 2.

19. Вычислить интеграл  $\int_0^1 dx \int_0^e y dy$

а)  $\frac{e^2}{2}$ ; б)  $e^2 - 1$ ; в)  $\frac{e^2}{2} - 1$ ; г)  $\frac{1}{4}(e^2 - 1)$ .

20. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} x dx$

- а) 0;      б)  $-\frac{1}{3}$ ;      в)  $\frac{2}{3}$ ;      г) 1.

21. Вычислить интеграл  $\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dx$

- а) 36;      б) 9;      в) 18;      г) 15.

22. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} dy \int_0^y \cos(x+y) dx$

- а) -2;      б) 2;      в) -1;      г) 0.

23. Вычислить интеграл  $\int_2^3 dx \int_1^x \frac{dy}{y}$

- а)  $\ln \frac{81}{8}$ ;      б)  $\ln 18$ ;      в)  $\ln \frac{2}{9}$ ;      г)  $\ln \frac{67}{4} - 1$

## РЯДЫ

1. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то его общий член  $a_n$  при

$n \rightarrow \infty$  стремится к:

- а) 1;      б) -1;      в) 0;      г) 1/2.

2. Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, т.е.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ , то последовательность его частичных сумм  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  сходится к:

- а)  $2S$ ;      б)  $S$ ;      в)  $\frac{1}{2}S$ ;      г)  $+\infty$ .

3. Если  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ , то ряд  $c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится к:

- а)  $\frac{cS}{2}$ ;      б)  $cS$ ;      в)  $3S$ ;      г)  $+\infty$ .

4. Гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  имеет сумму равную:

- а) 1;      б)  $+\infty$ ;      в)  $\frac{1}{2}$ ;      г) 5.

5. Если  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S_1$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = S_2$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  сходится к:

- а)  $\frac{1}{2}(S_1 + S_2)$ ;      б)  $(S_1 + S_2)$ ;      в)  $2(S_1 + S_2)$ ;      г)  $+\infty$ .

6. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + \sqrt{n}}{5n - 2\sqrt{n}}$

- а) сходится;
- б) расходится;
- в) сходится условно;
- г) сходится равномерно.

7. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$

- а) сходится;
- б) сходится условно;
- в) расходится;
- г) сходится равномерно.

8. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+2}{4n-1} \right)^n$

- а) расходится;
- б) сходится условно;
- в) сходится;
- г) сходится равномерно.

9. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(1+n^2)}}$

- а) сходится условно;
- б) расходится;
- в) сходится;
- г) сходится равномерно.

10. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$

- а) расходится;
- б) сходится абсолютно;
- в) сходится условно;
- г) сходится равномерно.

11. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+9)}$

- а) сходится;
- б) расходится;
- в) сходится условно;
- г) сходится равномерно.

12. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$

- а) сходится на промежутке  $(2, +\infty)$ ;
- б) сходится на отрезке  $[-1, 1]$ ;

- в) сходится на интервале (3, 4);  
 г) сходится на промежутке  $(-\infty, 0)$ .

13. Степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n-3} \right) x^n$

- а) сходится в интервале (-3, -2);  
 б) сходится на промежутке  $[2, +\infty)$ ;  
 в) сходится в интервале (-1, 1);  
 г) сходится на промежутке  $(-\infty, -4]$ .

14. Интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$  равен

- а) (1, 3); б) (0, 1); в) (-1, 0); г) (3, 4).

15. Интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}$  равен

- а) (-1, 3); б) (3, 4); в) (-2, -1); г) (5, 6).

16. Сумма степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  равна

- а)  $-\ln|1-x|$ ; б)  $\ln|1-x|$ ; в)  $\frac{1}{|1-x|}$ ; г)  $\frac{1}{|1-x|^2}$ .

17. Сумма степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$  равна

- а)  $\frac{2x-x^2}{(1-x)^2}$ ; б)  $\frac{2x^2-x}{(1-x)^2}$ ; в)  $\ln|1-x|$ ; г)  $\frac{x+1}{(x-1)^2}$ .

18. Сумма степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (2x)^n$  равна

- а)  $\frac{2x}{1-2x}$ ; б)  $\frac{1}{1-2x}$ ; в)  $\ln|1-2x|$ ; г)  $\frac{2x}{(1-2x)^2}$ .

19. Производная суммы функционального ряда  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$

равна

а)  $S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$ ; б)  $S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$ ;

в)  $S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$ ; г)  $S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}$ .

20. Производная суммы функционального ряда  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 + x^2}$

равна

$$\text{а) } S'(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^4 + x^2}; \quad \text{б) } S'(x) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(n^4 + x^2)^2};$$

$$\text{в) } S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^8 + x^2}; \quad \text{г) } S'(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{n^4 + x^2}.$$

21. Функциональный ряд  $\int_0^x \left( \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n \right) dt$  имеет вид:

$$\text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x^{n+1}}{n+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x}{n+1};$$

$$\text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x^{n+1}}{n}; \quad \text{г) } \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x^{n+2}}{n}.$$

22. Функциональный ряд  $\int_0^x \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin t}{n^2 + 4} \right) dt$  имеет вид:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4} (-\cos x + 1); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 4} (\sin x + 1);$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4} (\cos x); \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3} (-\cos x + 2).$$

23. Какой ряд является мажорантным на  $R$  для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + x^2}$

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 + x^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2};$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

24. Какой ряд является мажорантным на  $R$  для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n|x|} \frac{1}{n^3}$

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3};$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n|x|} \frac{1}{n^3 + 2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}.$$

25. Коэффициенты ряда Тейлора в точке  $x_0$  для функции  $f(x)$  равны

$$\text{а) } \frac{f^{(n)}(x)}{n!}; \quad \text{б) } \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!};$$

$$\text{в) } \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!+1}; \quad \text{г) } \frac{f^{(n)}(x_0)+1}{(n+1)!}.$$

**ПЕРВООБРАЗНАЯ, ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ  
И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

1. Значение первообразной для функции  $f(x) = \sin 3x \cos 2x$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = \frac{\pi}{2}$  равно:

- а)  $-\frac{3}{5}$ ;    б) 0;    в)  $\frac{3}{5}$ ;    г) 1.

2. Значение первообразной для функции  $f(x) = \sin^3 7x \cos 7x$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = -\frac{\pi}{2}$  равно:

- а)  $\frac{1}{7}$ ;    б)  $\frac{1}{28}$ ;    в)  $-\frac{1}{28}$ ;    г)  $\frac{1}{4}$ .

3. Значение первообразной для функции  $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 2x + 1}$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = \frac{1}{2}$  равно:

- а)  $\frac{\pi}{4}$ ;    б) 0;    в)  $-\frac{\pi}{4}$ ;    г) 1.

4. Значение первообразной для функции  $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 3x - 2}$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = -1$  равно:

- а)  $-\frac{\ln 4}{5}$ ;    б)  $-\frac{\ln \frac{3}{2}}{5}$ ;    в)  $\frac{\ln \frac{3}{2}}{5}$ ;    г) 0.

5. Значение первообразной для функции  $f(x) = x^2 e^{-x}$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = -1$  равно:

- а)  $2 - e$ ;    б) 2;    в)  $-e$ ;    г)  $2 + e$ .

6. Значение первообразной для функции  $f(x) = x^2 \sin 2x$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = \frac{\pi}{4}$  равно:

- а)  $\frac{\pi}{8}$ ;    б)  $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ ;    в)  $-\frac{1}{4}$ ;    г)  $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$ .

7. Значение первообразной для функции  $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x-1}}$ , проходящей через точку  $(1;0)$ , при  $x = 2$  равно:

- а)  $2 - 2 \ln 2$ ;    б)  $2 \ln 2$ ;    в)  $2 + 2 \ln 2$ ;    г) 0.

8. Значение первообразной для функции  $f(x) = \ln(x+2)$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = -1$  равно:

- а)  $1 - 2 \ln 2$ ;    б)  $1 + 2 \ln 2$ ;  
в)  $-1 + 2 \ln 2$ ;    г)  $2 \ln 2$ .

9. Значение первообразной для функции  $f(x)=\sin^2 x \cos^4 x$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = \pi$  равно:

- а)  $\frac{\pi}{8}$ ;    б)  $\frac{\pi}{16}$ ;    в) 0;    г)  $\pi$ .

10. Значение первообразной для функции  $f(x)=\sin^4 x \cos^3 x$ , проходящей через точку  $(0;0)$ , при  $x = \pi$  равно:

- а)  $\frac{\pi}{8}$ ;    б)  $\frac{\pi}{16}$ ;    в) 0;    г)  $\pi$ .

11. Неопределенный интеграл  $\int 0 dx$  равен:

- а)  $C, x \in \mathbb{R}$ ;    б) 0;    в)  $x$ ;    г)  $x + C$ .

12. Неопределенный интеграл  $\int 1 dx$

- а)  $x + C, x \in \mathbb{R}$ ;    б)  $1 + C, x \in \mathbb{R}$ ;  
в)  $C, x \in \mathbb{R}$ ;    г)  $|x| + C, x \in \mathbb{R}$ .

13. Неопределенный интеграл  $\int x^\alpha dx$  равен:

а)  $\frac{x^{\alpha-1}}{\alpha-1} + C, \alpha \neq 1, x \in D(x^\alpha)$ ;

б)  $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha} + C, \alpha \neq 0, x \in D(x^\alpha)$ ;

в)  $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1, x \in D(x^\alpha)$ ;

г)  $x^{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1, x \in D(x^\alpha)$ .

14. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$  равен:

а)  $\frac{1}{2}\sqrt{x} + C, x \in (0;+\infty)$ ;

б)  $2\sqrt{x} + C, x \in (0;+\infty)$ ;

в)  $-\sqrt{x} + C, x \in (0;+\infty)$ ;

г)  $\frac{2}{\sqrt{x}} + C, x \in (0;+\infty)$ .

15. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{x^2}$  равен:

а)  $\frac{1}{x} + C, x \neq 0$ ;    б)  $-\frac{1}{x} + C, x \neq 0$ ;

в)  $-\frac{1}{x^3} + C, x \neq 0$ ;    г)  $\frac{1}{x^3} + C, x \neq 0$ .

16. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{x}$  равен:

а)  $\ln|x| + C, x \neq 0$ ;    б)  $-\ln|x| + C, x \neq 0$ ;



в)  $\ln x + C, x \neq 0$ ;      г)  $-\ln x + C, x \neq 0$ .

17. Неопределенный интеграл  $\int a^x dx$  равен:

а)  $\frac{a^x}{\ln a} + C, a > 0, a \neq 1, x \in \mathbb{R}$ ;

б)  $\frac{a^{x+1}}{\ln a} + C, a > 0, a \neq 1, x \in \mathbb{R}$ ;

в)  $a^x \ln a + C, a > 0, a \neq 1, x \in \mathbb{R}$ ;

г)  $a^{x+1} \ln a + C, a > 0, a \neq 1, x \in \mathbb{R}$ .

18. Неопределенный интеграл  $\int e^x dx$  равен:

а)  $e^{x+1} + C, x \in \mathbb{R}$ ;      б)  $e^x + C, x \in \mathbb{R}$ ;

в)  $\frac{e^x}{\ln x} + C, x > 0, x \neq 1$ ;      г)  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C, x \neq 1$ .

19. Неопределенный интеграл  $\int \sin x dx$  равен:

а)  $-\cos x + C, x \in \mathbb{R}$ ;      б)  $-\sin x + C, x \in \mathbb{R}$ ;

в)  $\cos x + C, x \in \mathbb{R}$ ;      г)  $\sin x + C, x \in \mathbb{R}$ .

20. Неопределенный интеграл  $\int \cos x dx$  равен:

а)  $-\sin x + C, x \in \mathbb{R}$ ;      б)  $\sin x + C, x \in \mathbb{R}$ ;

в)  $-\cos x + C, x \in \mathbb{R}$ ;      г)  $\cos x + C, x \in \mathbb{R}$ .

21. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ , равен:

а)  $\operatorname{ctg} x + C, x \in \left(-\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{2} + m\pi\right), m \in \mathbb{N}$ ;

б)  $\operatorname{tg} x + C, x \in \left(-\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{2} + m\pi\right), m \in \mathbb{N}$ ;

в)  $-\operatorname{tg} x + C, x \in \left(-\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{2} + m\pi\right), m \in \mathbb{N}$ ;

г)  $-\operatorname{ctg} x + C, x \in \left(-\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{2} + m\pi\right), m \in \mathbb{N}$ .

22. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$  равен:

а)  $-\operatorname{ctg} x + C, x \in (m\pi; (n+1)\pi), m \in \mathbb{N}$ ;

б)  $\operatorname{ctg} x + C, x \in (m\pi; (n+1)\pi), m \in \mathbb{N}$ ;

в)  $\operatorname{tg} x + C, x \in (m\pi; (n+1)\pi), m \in \mathbb{N}$ ;

г)  $-\operatorname{tg} x + C, x \in (m\pi; (n+1)\pi), m \in \mathbb{N}$ .

23. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, a > 0$  равен:

а)  $\arcsin \frac{x}{a} + C, x \in (-a; a);$

б)  $\arccos \frac{x}{a} + C, x \in (-a; a);$

в)  $\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C, x \in (-a; a);$

г)  $\frac{1}{a} \arccos \frac{x}{a} + C, x \in (-a; a).$

24. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$  равен:

а)  $\arcsin x + C, x \in (-1; 1);$

б)  $\arccos x + C, x \in (-1; 1);$

в)  $-\arcsin x + C, x \in (-1; 1);$

г)  $\arctg x + C, x \in (-1; 1).$

25. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{a^2+x^2}, a \neq 0$  равен:

а)  $\arctg \frac{x}{a} + C, x \in \mathbf{R};$       б)  $\arctg \frac{x}{a} + C, x \in \mathbf{R};$

в)  $\frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C, x \in \mathbf{R};$       г)  $\frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C.$

26. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{1+x^2}$  равен:

а)  $-\arctg x + C, x \in \mathbf{R};$       б)  $\arctg x + C, x \in \mathbf{R};$

в)  $\arctg x + C, x \in \mathbf{R};$       г)  $\operatorname{arctg} x + C, x \in \mathbf{R}.$

27. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+b}}$  равен:

а)  $\ln|x + \sqrt{x^2+b}| + C, |x| > |b|,$  если  $b < 0$  или  $x \in \mathbf{R}$  при  $b > 0;$

б)  $\ln|x - \sqrt{x^2+b}| + C, |x| > |b|,$  если  $b < 0$  или  $x \in \mathbf{R}$  при  $b > 0;$

в)  $\ln|1 + \sqrt{x^2+b}| + C, |x| > |b|,$  если  $b < 0$  или  $x \in \mathbf{R}$  при  $b > 0;$

г)  $\ln|1 - \sqrt{x^2+b}| + C, |x| > |b|,$  если  $b < 0$  или  $x \in \mathbf{R}$  при  $b > 0.$

28. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$  равен:

а)  $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, |x| \neq a > 0;$

б)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, |x| \neq a > 0;$

в)  $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, |x| \neq a > 0;$

$$\text{г) } \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C, \quad |x| \neq a > 0.$$

29. Неопределенный интеграл  $\int \text{sh } x dx$  равен:

- а)  $\text{sh } x + C$ ;      б)  $\text{ch } x + C$ ;  
в)  $-\text{ch } x + C$ ;      г)  $-\text{sh } x + C$ .

30. Неопределенный интеграл  $\int \text{ch } x dx$  равен:

- а)  $\text{ch } x + C$ ;      б)  $-\text{ch } x + C$ ;  
в)  $\text{sh } x + C$ ;      г)  $-\text{sh } x + C$ .

31. Неопределенный интеграл  $\int \frac{1}{\text{ch}^2 x} dx$  равен:

- а)  $\text{th } x + C$ ;      б)  $-\text{th } x + C$ ;  
в)  $\text{ctgx} + C$ ;      г)  $-\text{ctgx} + C$ .

32. Неопределенный интеграл  $\int \frac{1}{\text{sh}^2 x} dx, x \neq 0$  равен:

- а)  $\text{th } x + C$ ;      б)  $-\text{th } x + C$ ;  
в)  $\text{ctgx} + C$ ;      г)  $-\text{cth } x + C$ .

33. Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$  равен:

- а)  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{x} + C, x \neq 0$ ;      б)  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + C, x \neq 0$ ;  
в)  $3 \sqrt[3]{x} + C, x \neq 0$ ;      г)  $3 \sqrt[3]{x^2} + C, x \neq 0$ .

34. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x) dx$ , если

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2}$$

- а)  $\frac{1}{3} \sqrt{(1+x^2)^3} + C$ ;      б)  $\frac{1}{3} \sqrt{(1+x^2)^3} + C$ ;  
в)  $\frac{1}{3} \sqrt{(1+x^2)^{3/2}} + C$ ;      г)  $\sqrt{(1+x^2)^3} + C$ .

35. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x) dx$ , если  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$

- а)  $\frac{1}{\cos x} + C$ ;      б)  $-\frac{1}{\cos x} + C$ ;  
в)  $-\frac{C}{\cos x}$ ;      г)  $\frac{C}{\cos x}$ .

36. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x) dx, f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}$

- а)  $C\sqrt{1+2x^2}$ ;      б)  $\frac{1}{2} \sqrt[3]{1+2x^2} + C$ ;  
в)  $\frac{1}{2} \sqrt{1+2x^2} + C$ ;      г)  $(1+2x^2)^{3/2} + C$ .

37. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \sqrt{4x-1}$

а)  $\sqrt{(4x-1)^3} + C$ ;      б)  $\frac{1}{6}\sqrt{(4x-1)^3} + C$ ;

в)  $\frac{2}{3}(4x-1)^{\frac{3}{2}} + C$ ;      г)  $C\sqrt{(4x-1)^3}$ .

38. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$

а)  $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + \sqrt{x} - \ln|1+\sqrt{x}| + C$ ;

б)  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x}+1| + C$ ;

в)  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + 2\sqrt{x} - 2\ln(\sqrt{x}+1)$ ;

г)  $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + \sqrt{x} - \ln|\sqrt{x}+1| + C$ .

39. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \frac{1+tg^2 x}{\cos^2 x}$

а)  $tgx + \frac{tg^3 x}{3}$ ;      б)  $1 + \frac{1}{3}tg^3 x + C$ ;

в)  $\frac{1}{3}tgx + \frac{tg^3 x}{3} + C$ ;      г)  $tgx + \frac{tg^3 x}{3} + C$ .

40. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = x \arctg x$

а)  $\frac{1}{2}(x^2+1)\arctg x - \frac{1}{2}x$ ;      б)  $\frac{1}{2}(x^2-1)\arctg x + \frac{1}{2}x + C$ ;

в)  $\frac{1}{2}(x^2+1)\arctg x - \frac{1}{2}x + C$ ;      г)  $(x^2-1)\arctg x + x + C$ .

41. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = xe^{2x}$

а)  $\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$ ;      б)  $xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + C$ ;

в)  $\frac{1}{2}xe^{2x} + \frac{1}{4}e^{2x} + C$ ;      г)  $-xe^{2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + C$ .

42. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \cos^3 x$

а)  $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$ ;      б)  $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$ ;

в)  $x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$ ;      г)  $\frac{1}{3}\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$ .

43. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \sin^2 3x$

а)  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{12}\sin 6x + C;$

б)  $x - \frac{1}{6}\sin 6x + C;$

в)  $x + \frac{1}{6}\sin 6x + C;$

г)  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{12}\sin 6x + C.$

44. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x^2}}$

а)  $-\frac{1}{\sqrt{5}} \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C;$

б)  $\sqrt{5} \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C;$

в)  $\arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C;$

г)  $-\sqrt{5} \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C.$

45. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = ctgx$

а)  $C \ln|\sin x|;$

б)  $-C \ln|\sin x|;$

в)  $-\ln|\sin x| + C;$

г)  $\ln|\sin x| + C.$

46. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 5}$$

а)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{2} + C;$

б)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C;$

в)  $-\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{2} + C;$

г)  $-\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C.$

47. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$$

а)  $\ln|x+2-\sqrt{x^2+4x+5}| + C;$

б)  $\ln|x-2+\sqrt{x^2+4x+5}| + C;$

в)  $C \ln|x-2+\sqrt{x^2+4x+5}|;$

г)  $\ln|x+2+\sqrt{x^2+4x+5}| + C.$

48. Найти неопределенный интеграл  $\int f(x)dx$ , если  $f(x) = \frac{2x}{1+3x^2}$

а)  $\frac{1}{2}(2x+1)\ln|2x+1|-x + C;$

б)  $-\frac{1}{3}\ln|3x^2+1| + C;$

в)  $\frac{1}{3}\ln|3x^2+1| + C;$

г)  $\frac{1}{6}\ln|3x^2+1| + C.$

## ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

1. Вычислить интеграл  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$

а)  $4 - \ln 4;$

б)  $2 - \ln 2;$

в)  $2 - 3 \ln 2$ ;      г)  $4 - 2 \ln 2$

2. Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$

а)  $\frac{1}{2}$ ;      б)  $-\frac{1}{2}$ ;      в) 0;      г) 0.

3. Вычислить интеграл  $\int_0^3 e^{\frac{x}{3}} dx$

а)  $e - 1$ ;      б)  $3(e - 1)$ ;      в)  $e + 1$ ;      г)  $3(e + 1)$ .

4. Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 4x dx$

а)  $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{16}$ ;      б)  $\frac{\pi}{8} + 1$ ;      в)  $\frac{\pi}{8}$ ;      г)  $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{16}$ .

5. Вычислить интеграл  $\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

а)  $\frac{20}{3}$ ;      б)  $\frac{25}{2}$ ;      в)  $\frac{22}{3}$ ;      г)  $\frac{10}{3}$ .

6. Вычислить интеграл  $\int_1^5 \frac{dx}{3x-2}$

а)  $\ln 13$ ;      б)  $\frac{\ln 13}{3}$ ;      в)  $3 \ln 13$ ;      г)  $\frac{168}{169}$ .

7. Вычислить интеграл  $\int_0^2 \frac{x+3}{x^2+4} dx$

а)  $\frac{\ln 2}{2} + \frac{3}{8} \pi$ ;      б)  $\ln 2 + \frac{3}{4} \pi$ ;  
в)  $2 \ln 2 + 6 \operatorname{arctg} 2$ ;      г)  $2 \ln 2 + \frac{3}{8} \pi$ .

8. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} \sin^3 x dx$

а)  $\frac{4}{3}$ ;      б)  $\frac{4}{3}$ ;      в)  $-\frac{2}{3}$ ;      г) 0.

9. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$

а)  $1 - \frac{\ln 2}{2}$ ;      б)  $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ ;  
в)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$ ;      г)  $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ .

10. Вычислить интеграл  $\int_0^2 x\sqrt{1+2x^2} dx$

- а)  $\frac{13}{2}$ ;    б)  $\frac{13}{3}$ ;    в)  $\frac{14}{3}$ ;    г)  $\frac{14}{2}$ .

11. Вычислить интеграл  $\int_0^1 xe^{2x} dx$

- а)  $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$ ;    б)  $\frac{1}{4}(e + 1)$ ;  
в)  $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$ ;    г)  $\frac{1}{4}e^2$ .

12. Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 3x dx$

- а)  $\frac{\pi}{4} - 1$ ;    б)  $\frac{\pi}{4}$ ;    в)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{6}$ ;    г)  $\frac{\pi}{4} + 1$ .

13. Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

- а)  $-\frac{2}{\sqrt{2}} - 1$ ;    б)  $-\frac{2}{\sqrt{2}} + 1$ ;  
в)  $\frac{2}{\sqrt{2}} + 1$ ;    г)  $\frac{2}{\sqrt{2}} - 1$ .

14. Вычислить интеграл  $\int_1^2 \ln x dx$

- а)  $3 \ln 2$ ;    б)  $\ln 2$ ;    в)  $-3 \ln 2$ ;    г)  $-\ln 2$ .

15. Вычислить интеграл  $\int_0^1 x2^{x^2} dx$

- а)  $\frac{1}{2 \ln 2}$ ;    б)  $\frac{1}{\ln 2}$ ;    в)  $\frac{1}{2} \ln 2$ ;    г)  $\frac{3}{\ln 2}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x, x = 4, y = \frac{4}{x}$$

- а)  $10 - 12 \ln 2$ ;    б)  $6 - 4 \ln 2$ ;  
в)  $4 + 2 \ln 2$ ;    г)  $4 \ln 2 - 6$ .

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 + 7, y = 12 - 4x$$

- а)  $\frac{8}{3}$ ;      б) 120;      в) 28;      г) 36.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x, y = 4x - x^2$$

- а)  $\frac{9}{2}$ ;      б)  $\frac{8}{3}$ ;      в)  $\frac{37}{6}$ ;      г)  $\frac{32}{3}$ .

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 3^x, x = 1, y = 2^x$$

- а)  $2 \ln 3 - \ln 2$ ;      б) 4;  
в)  $\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 2}$ ;      г) 10.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2x, x = 8, y = \frac{8}{x}, y = 0$$

- а)  $4 + 16 \ln 2$ ;      б)  $\frac{15}{8}$ ;  
в)  $4 + 8 \ln 2$ ;      г)  $60 - 16 \ln 2$ .

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x, y = 4x - x^2, y = 0$$

- а)  $\frac{32}{3}$ ;      б)  $\frac{37}{6}$ ;      в)  $\frac{9}{2}$ ;      г)  $\frac{8}{3}$ .

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 + 7, y = 0, y = 12 - 4x, x = 0$$

- а) 32;      б)  $\frac{46}{3}$ ;      в) 36;      г)  $\frac{8}{3}$ .

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4 - y^2, x + 2y - 4 = 0$$

- а) 36;      б)  $\frac{8}{3}$ ;      в) 1;      г)  $\frac{4}{3}$ .

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48$$

- а)  $\frac{32\sqrt{6}}{3}$ ;      б)  $\frac{16\sqrt{6}}{3}$ ;      в)  $\frac{12\sqrt{6}}{3}$ ;      г)  $7\sqrt{6}$ .

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = a \cos \varphi, \rho = 2a \cos \varphi, a > 0$$

- а)  $\frac{3}{8}\pi a^2$ ;      б)  $\frac{3}{4}\pi a^2$ ;      в)  $\frac{3}{2}\pi a^2$ ;      г)  $3\pi a^2$ .

11. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = 2 \cos \varphi, \rho = 1 \text{ (вне круга } \rho = 1)$$

- а)  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      б)  $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ;      в)  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      г)  $\frac{4\pi}{3}$ .



12. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = a \sin 3\varphi, a > 0$$

- а)  $\frac{\pi a^2}{4}$ ; б)  $\frac{\pi a^2}{2}$ ; в)  $\frac{3}{4}\pi a^2$ ; г)  $\frac{3}{8}\pi a^2$ .

13. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = a \cos 4\varphi, a > 0$$

- а)  $\left(\pi + \frac{1}{4}\right)\frac{a^2}{2}$ ; б)  $\frac{\pi a^2}{4}$ ; в)  $\pi a^2$ ; г)  $\frac{\pi a^2}{8}$ .

14. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = 2 + \cos \varphi$$

- а)  $\frac{9}{2}\pi$ ; б) 4; в)  $\frac{9\pi}{4} + 4$ ; г)  $\frac{9\pi}{4}$ .

15. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\rho = 2(1 + \cos \varphi), \rho = 2 \cos \varphi$$

- а)  $2\pi$ ; б)  $5\pi$ ; в)  $\frac{5\pi}{2}$ ; г)  $4\pi$ .

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = x^2 + y^2 + 1, x = 1, y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

- а) 1; б)  $\frac{5}{3}$ ; в)  $\frac{7}{12}$ ; г)  $\frac{10}{3}$ .

17. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$$

- а)  $\frac{1}{6}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г)  $\frac{1}{3}$ .

18. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = x^2 + y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$$

- а)  $\frac{2}{3}$ ; б)  $\frac{1}{12}$ ; в)  $\frac{1}{6}$ ; г) 1.

19. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, z = 0, x + z = 6$$

- а)  $\frac{48\sqrt{6}}{5}$ ; б)  $\frac{14\sqrt{6}}{5}$ ; в)  $\frac{24\sqrt{6}}{5}$ ; г)  $\frac{47\sqrt{6}}{15}$ .

20. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 3z (z \geq 0)$$

- а)  $\frac{17}{6}\pi$ ; б)  $\frac{19}{6}\pi$ ; в)  $\frac{55}{6}\pi$ ; г)  $6\pi$ .

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.....	3
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.....	8
ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ.....	11
ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	15
РЯДЫ.....	18
ПЕРВООБРАЗНАЯ, ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.....	22
ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ.....	28
ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА.....	30

Учебное издание

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО КУРСУ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Для студентов  
физико-математических факультетов

*Авторы-составители:*

Гольдштейн Софья Михайловна  
Демиденкова Светлана Дмитриевна  
Жестков Сергей Васильевич и др.

Технический редактор *А.Н. Гладун*  
Компьютерная верстка *А.Л. Позняков*

Подписано в печать **11.08.** 2006.

Формат 60x84/16. Гарнитура Times New Roman Cyr.  
Усл.-печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 150 экз. Заказ № **296.**

Учреждение образования “Могилевский государственный университет  
им. А.А. Кулешова”, 212022, Могилев, Космонавтов, 1  
ЛИ № 02330/278 от 30.04.2004 г.

Отпечатано на ризографе отдела оперативной полиграфии  
МГУ им. А.А. Кулешова. 212022, Могилев, Космонавтов, 1.