

Л. А. Латоцін, Б. Дз. Чабатарэўскі,
Т. М. Чабатарэўская
(Магілёў, Беларусь)

А. А. СТОЛЯР І ПАДЫХОДЫ ДА СТВАРЭННЯ ВУЧЭБНАЙ КНІГІ ПА МАТЭМАТЫЦЫ

Асноўнай мэтай вывучэння матэматыкі ў школе з'яўляецца забеспячэнне вучням магчымасцей працягу адукацыі і карыстання матэматыкай у рэальным жыцці. Таму працэс навучання, які ў значнай меры вызначаецца падручнікам, павінен быць такім, каб вучні адчувалі непарыўную сувязь матэматыкі з рэчаіснасцю, яе жыццёвую запатрабаванасць.

Школьная матэматыка ёсць цэласны аб'ект, які мае сваю ўнутраную будову. У ёй вылучаюцца тры адносна самастойныя прадметныя абсягі — арыфметыка, алгебра, геаметрыя. Вылучэнне гэтых абсягаў мае аб'ектыўную аснову, бо кожны з гэтых абсягаў мае свой аб'ект вывучэння. У арыфметыцы вывучаецца лік, у алгебры — *выраз са зменнымі*, у геаметрыі — *фігура*.

Але гэтае раздзяленне матэматыкі на арыфметыку, алгебру, геаметрыю не носіць абсалютны характар, бо аб'екты і металы аднаго прадметнага абсягу па неабходнасці выкарыстоўваюцца ў іншых. Лік, як арыфметычны аб'ект, выкарыстоўваецца як кампанент алгебраічнага аб'екта — *выразу са зменнымі*, і як сродак апісання геаметрычнага аб'екта — *фігуры*.

Сапраўды, *выраз са зменнымі* ўтвараецца з *лікаў* і зменных з дапамогай пэўных дзеянняў. Вывучэнне геаметрычных фігур у значнай меры звязана з выкарыстаннем геаметрычных велічыняў — меры вугла, даўжыні адрэзка, плошчы паверхні, аб'ёму цела, а вынікам вымярэння велічыні з'яўляецца лік. Значную частку зместу геаметрыі складае апасродкаванае вызначэнне плош-

¹ Теоретические основы обучения математике в средней школе: психология математического образования : учеб. пособие для вузов / авт.-сост. В. А. Гусев. — М. : Дрофа, 2010. — С. 6—7.

чаў і аб'ёмаў па формулах, што выражаюць гэтыя плошчы і аб'ёмы праз адрэзкі і вуглы. Атрыманую пры рашэнні геаметрычнай задачы формулу часта даводзіцца пераўтвараць. Але формула з'яўляецца аб'ектам вывучэння алгебры, а пераўтварэнне патрабуе выкарыстання адпаведных алгебраічных фактаў. Мы бачым, што арыфметычныя паняцці і факты непасрэдна выкарыстоўваюцца ў алгебры і геаметрыі, алгебраічныя паняцці і факты — у геаметрыі. Можна ўказаць многія прыклады выкарыстання ў алгебры паняццяў і фактаў геаметрыі. Адным з іх з'яўляецца прыцягненне геаметрычных уяўленняў да вывучэння сістэм лінейных ураўненняў Улічыўшы, што геаметрычным вобразам лінейнага ўраўнення з двума зменнымі з'яўляецца прамая, і тое, што дзве прамыя плоскасці або перасякаюцца, або паралельныя, або супадаюць, адразу атрымліваем, што сістэма двух лінейных ураўненняў або мае адзінае рашэнне, або не мае рашэнняў, або мае бясконца многа рашэнняў.

Прыведзеныя аргументы, як і шэраг іншых, пераконваюць у тым, што *школьную матэматыку мэтазгодна лічыць адзіным прадметам і яе змест надаваць у адзінай вучэбнай кнізе, паказваючы ўнутраную еднасць асобных раздзелаў матэматыкі.*

Вызначальныя паняцці зместу школьнай матэматыкі, за рэдкім выключэннем, з'яўляюцца вынікам абстрагавання пэўных уласцівасцей аб'ектаў рэчаіснасці. *Натуральны лік* ёсць уласцівасць роўнамагутных мностваў, натуральны лік складаецца з пэўнай колькасці адзінак, натуральны лік ёсць мера колькасці. *Звычайны дроб*, як адзін са спосабаў выяўлення дробавага ліку, ёсць пэўная колькасць долей. Дадатны і адмоўны лікі (*лік са знакам*) ёсць спосаб лікавага выяўлення значэння велічыні, што змяняецца ў двух супрацьлеглых кірунках. Адзначым, што *ірацыянальны лік* не мае такога «прыроднага» вобраза: ён уводзіцца па чыста матэматычных меркаваннях для забеспячэння лікавага выяўлення меры аб'екта несувмернага з эталонам. Пры падачы зместу ў вучэбнай кнізе мы стараемся *абапірацца на жыццёвы вопыт вучня.*

Змест школьнай матэматыкі складаюць сукупнасці паняццяў і фактаў, якія арганізаваныя ў пэўныя тэорыі. Гэтыя тэорыі могуць быць глабальнымі — тэорыі пэўных лікавых мностваў (напрыклад, кольца цэлых лікаў, поле рацыянальных лікаў) тэорыі пэўных відаў выразаў (напрыклад, кольца мнагачленаў, поле рацыянальных выразаў), тэорыя еўклідавай плоскасці. Так упарадкоўваецца змест пры аксіяматычным выкладанні. У школьнай практыцы гэты падыход найбольш выразна праявіўся пры пабудаванні школьных падручнікаў геаметрыі. Тэорыі могуць быць і лакальнымі, напрыклад, тэорыя квадратнага трохчлена, тэорыя лінейных ураўненняў, тэорыя перасякальных прамых, тэорыя паралелаграма. У школьных падручніках алгебры праглядаецца арыентацыя менавіта на лакальныя тэорыі. Вывучэнне тэарэтычных звестак з'яўляецца толькі першым этапам засваення. Другім этапам з'яўляецца практычнае выкарыстанне гэтых звестак, якое ў матэматыцы распадаецца на два ўзроўні. Пер-

шы ўзровень звязаны з непасрэдным выкарыстаннем засвоеных паняццяў і фактаў пры выкананні практыкаванняў, якія не патрабуюць пераносу на новую сітуацыю, гэта ў асноўным трэніровачныя практыкаванні. Другі этап звязаны з пераносам ведаў на новую сітуацыю, які часта патрабуе адпаведнага мадэлявання. Тыповым практыкаваннем другога этапу з'яўляецца тэкставая задача. Па нашым меркаванні, паказальнікам засвоенасці тэарэтычнага матэрыялу з'яўляецца ўменне вучняў рашаць заданні з элементамі пераносу. Таму асноўнай мэтай навучання павінна быць навучэнне вучняў рашаць разнастайныя задачы, бо рашэнне задач патрабуе карыстання адпаведнымі паняццямі, выкарыстання разнастайных фактаў, у тым ліку з розных раздзелаў. Толькі тады, калі вучань можа выкарыстаць факты пры рашэнні задач, можна лічыць што гэтыя факты засвоены. Адсюль вынікае, што ў вучэбнай кнізе *варта аддаць перавагу лакальным тэорыям, сканцэнтраваным асноўную ўвагу на рашэнні задач*. З глабальным ўпарадкаваннем мэтазгодна пазнаёміць вучняў на заключным этапе, калі самі тэарэтычныя факты ўжо засвоены, і таму можна засяродзіць увагу на будове самой тэорыі. Тут можна пазнаёміць вучняў і з аксіяматычным метадам.

Паняцці і факты, што складаюць змест той ці іншай лакальнай тэорыі, звязаныя з пэўным аб'ектам, а праз яго і адзін з адным. Напрыклад, перамяшчальная і спалучальная ўласцівасці складання і множання, размеркавальная ўласцівасць множання ў дачыненні да складання, формулы скарачанага множання звязаны з цэлымі выразамі, уласцівасці сумежных і вертыкальных вуглоў звязаныя з перасякальнымі прамымі. Таму тэарэтычны матэрыял мэтазгодна звязваць з тым аб'ектам, які яго апісвае. Аб'ект звычайна мае дастаткова многа ўласцівасцей, якія можна ранжыраваць па важнасці. Разам з гэтым тая ці іншая задача таксама звязаны з пэўным аб'ектам, і калі гэты аб'ект у дастатковай ступені знаёмы, г. зн. вядомыя яго асноўныя ўласцівасці, то ёсць значны шанец рашыць задачу. Таму *важна асноўныя ўласцівасці падаць як тэарэмы, звязаныя з адпаведным аб'ектам, а астатнія ўласцівасці падаць як важныя базавыя задачы*.

Засваенне паняццяў і фактаў не ёсць аднамоментны акт, а з'яўляецца працяглым працэсам. Таму з пэўнай порцыяй матэрыялу трэба працаваць больш-менш працяглы час, прынамсі тыдзень, да вывучаных паняццяў і фактаў звяртацца неаднаразова пры рашэнні задач, сфармуляваных з іх выкарыстаннем. Гэта вядзе да таго, што порцыя матэрыялу павінна быць не вельмі многа, прыкладна 30. Разам з гэтым паняцці і факты, звязаныя з пэўным аб'ектам, маюць разнастайныя ўнутраныя сувязі, якія павінны быць праяўленымі для вучня. Гэтага можна дамагчыся толькі пры ўмове, што яны будуць пададзеныя цэльным блокам. Падобная падача матэрыялу цэльным блокам дазваляе раскрыць і сам аб'ект, пабудаваць тлумачальны тэкст так, каб ён меў своеасаблівы сюжэт з экспазіцыяй, завязкай, развіццём, кульмінацыяй, развязкай. Гэта можа быць істотным момантам зацікаўлення вучня

гэтым зместам. Выказанае дазваляе сцвярджаць, што пры арганізацыі тлумачальнага тэксту мэтазгодна дадаць перавагу выкладанню яго адносна буйнымі блокамі.

Некаторыя важныя аб'екты, напрыклад, трохвугольнік, прамавугольны трохвугольнік, могуць мець многа ўласцівасцей. Тады яны могуць быць прадметам выкладу двух ці нават трох блокаў, прычым гэтыя блокі могуць быць разнесеныя па часе, і нават быць у розных класах.

Для рашэння задач важнае значэнне маюць не толькі ўласцівасці аб'ектаў, але і абарачэнні іх, якія даюць прыметы аб'ектаў. Звычайна гэтаму тэарэтычнаму аспекту надаюць нязначную ўвагу, і гавораць пра прыметы толькі эпизодычна. Адзінкавымі прыкладамі могуць служыць прыметы паралельных прамых і прыметы паралелаграма. Аднак устанаўленне таго, што, напрыклад, разгляданы трохвугольнік з'яўляецца прамавугольным, дазваляе адразу ўключыць у выкарыстанне ўсе ўласцівасці прамавугольнага трохвугольніка. Разам з гэтым фармуляванне вучнямі абарачэнняў уласцівасцей, які сфармуляваны не імплікатыўна, само па сабе з'яўляецца карысным інтэлектуальным практыкаваннем, якое вымушае выразна вылучыць і асэнсаваць умову і заключэнне. Таму *мэтазгодна зрабіць аб'ектам вывучэння прыметы найбольш важных аб'ектаў* — прамавугольнага трохвугольніка, раўнабокага трохвугольніка, трапецый, паралелаграма, ромба, прамавугольніка, умежанага чатырохвугольніка, апісанага чатырохвугольніка.

Увага да розных элементаў таго ці іншага тэарэтычнага блока павінна быць дыферэнцаванай. У прыватнасці, не ўсе доказы павінны развучацца. Карысць ад развучвання гатовага доказу не вялікая, важна навучыць вучня самому канструяваць доказы. Развучаць мэтазгодна тыя доказы, якія змяшчаюць новыя элементы даказвання.

Матэматыка мае каштоўнасць сама па сабе, бо яе вывучэнне развівае ў вучня такія ўменні, якія патрэбныя ў любой сферы дзейнасці. Разам з гэтым вучні павінны ўсвядоміць, што матэматычныя паняцці, факты, метады маюць універсальнае значэнне, і таму знаходзяць самыя разнастайныя прымяненні. Паказаць гэтыя прымяненні можна праз тэкставыя задачы, у прыватнасці, задачы, у якіх выкарыстана прапарцыянальная залежнасць велічыняў $a = bc$. Спосаб рашэння такой задачы вызначаецца не відам гэтай залежнасці, а наборам лікавых характарыстык — значэнняў велічыняў a , b , c сум, рознасцей або дзяленняў гэтых значэнняў. Таму сюжэты тэкставых задач мэтазгодна будаваць не толькі на «кадавых» залежнасцях $s = vt$, $A = Nr$, але і іншых, якіх у школьнай фізіцы вывучаецца больш за 80. Такія залежнасці вывучаюцца таксама ў хіміі, геаграфіі. Усе яны могуць быць пакладзены ў аснову сюжэтаў тэкставых задач. Гэтым самым ўстанаўліваюцца рэальныя сувязі паміж прадметамі школьнага вучэбнага плана.