

УДК 621.376.714

Е.В. ТИМОЩЕНКО, А.В. ТОМОВ, В.А. ЮРЕВИЧ

ОПТИЧЕСКИЙ ГИСТЕРЕЗИС ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ТОНКИМ НЕЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗУЕМЫМ СЛОЕМ

В рамках предложенной расчетно-теоретической модели исследовано явление резонансного отражения когерентного излучения граничным слоем с нелинейной поляризованностью при учете квазирезонансной поляризуемости активных атомов в условиях диполь-дипольного взаимодействия. Для параметров пленок на основе азокрасителя метиловый красный, введенного в полимерную матрицу на основе поликарбоната, проведены оценки нелинейного сдвига фазы при отражении и возможности наблюдения гистерезисных свойств в пропускании и отражении пленок.

Введение

В настоящее время в связи с необходимостью разработки и создания устройств пассивной модуляции когерентных световых потоков активно исследуется явление безрезонаторной оптической бистабильности. В качестве бистабильных устройств используются плоские резонаторы с нелинейными средами, системы с распределенной обратной связью (ОС) (в случае, когда встречные волны непрерывно взаимодействуют в продольном направлении, параллельном оптической оси), а также гибридные оптоэлектронные системы (где ОС осуществляется за счет управления параметрами среды посредством электромагнитного сигнала, посылаемого с детектора прошедшего светового потока. Известно, что плотные резонансные среды (т.е. вещества с высокой концентрацией активных центров [1; 2]) в определенных интервалах интенсивности могут демонстрировать бистабильный оптический отклик даже в отсутствие внешней ОС [3; 4]. Подобная оптическая бистабильность, которую в научной литературе также называют внутренней, возможна в достаточно тонких планарных пленках плотных резонансных сред [5-7] и обусловлена корреляциями дипольных атомов, образующих граничный поверхностный слой и резонансно реагирующих на интенсивное квазимонохроматическое световое поле, которое формируется в лазерных пучках.

Одним из распространенных методов анализа внутренней бистабильности является полуклассическая модель взаимодействия управляющего поля (как правило, в приближении плоской электромагнитной волны оптического диапазона частот), с резонансно поляризуемыми атомами особо тонкой поверхностной пленки, например, [8; 9]. Приближение сверхтонкого слоя дает возможность использовать алгебраические уравнения для поля, которые следуют из электродинамических условий для напряженностей приложенного, проходящего и отраженного полей E_r , E и E_r [10]. Эти условия учитывают существование на границе раздела линейных

сред активного слоя резонансно поляризуемых атомов, в котором поле E считается бесструктурным. В ряде работ (например, [11]), в частности, показан пороговый характер внутренней бистабильности, которая должна проявляться при значениях ненасыщенного показателя резонансного поглощения активного слоя $k_0 > 8$. Обобщенная модель двухуровневой среды позволяет одновременно учесть различие поляризуемостей атомов в основном и возбужденном состояниях (квадратичный эффект Штарка) [12] и влияние диполь-дипольных взаимодействий [1; 9]. В этих условиях порог наблюдения внутренней бистабильности в слое должен снизиться почти на порядок ($k_0 > 1$).

Постановка задачи. Основные уравнения

Для обоснования возможности получения безрезонаторной оптической бистабильности в линейных цепях молекулярных агрегатов [4] был использован полуклассический подход. Взаимодействие молекул, входящих в подобные упорядоченные агрегаты, традиционно объясняется на основании концепции экситонов, тогда двухуровневый переход трактуется как переход между основным и одноэкситонным состояниями. Это позволяет предсказывать бистабильность пропускания тонкой пленки, состоящей из цепей таких молекулярных агрегатов [7], которые могут формироваться, в частности, в результате фотоиндуцированных процессов изомеризации молекул, происходящих в органических красителях. Одним из типов таких веществ являются азокрасители [13], молекулы которых под действием света способны изменять свою конфигурацию, в результате чего происходит значительное изменение их комплексной поляризуемости, определяющей диэлектрическую проницаемость вещества.

В работе показано, что отражение когерентных световых потоков тонким слоем азокрасителя должно обладать свойством внутренней бистабильности. На основе модели процесса взаимодействия оптического излучения с веществами, обладающими параметрами азокрасителей, установлены гистерезисные особенности отражения и фазовой модуляции отраженного сигнала. Нелинейная реакция на излучение органических молекулярных агрегатов в азокрасителях может быть представлена как резонансная. Измеренные величины их оптических характеристик, свидетельствуя о сильной нелинейности, связанной с изменением поляризуемости, указывают одновременно на связанные между собой изменения поглощения (просветление слоя) и показателя преломления [13]. Вещество азокрасителя метиловый красный в работе [13] вводилось в полимерную матрицу на основе поликарбоната, при этом формировался приповерхностный слой с повышенным по отношению к полимеру показателем преломления. Плотность активных центров N в таких системах может быть доведена до значений примерно $1,5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Одновременно молекулярные агрегаты должны обладать большими дипольными моментами, связанными с резонансными переходами [7]: их величина состав-

ляет несколько десятков Дебай. В подобных слоях при их относительно малой толщине (примерно субмикронной), кроме внутренней бистабильности и резонансного отражения действующих извне коротких оптических импульсов, ожидается возникновение таких явлений, как самоиндуцированная прозрачность, нутационные осцилляции интенсивности, эффекты локального поля.

Полагаем, что на приповерхностный слой азокрасителя в полимере нормально падает плоская световая волна частоты ω с амплитудой E_p относительно медленно меняющейся на промежутках времени, сравнимых с периодом светового колебания. Рассматриваемый слой считается граничным, относительно однородным по плотности активных центров, и его толщина l намного меньше длины волны света. Взаимодействие поля лазерного излучения с веществом границы, разделяющей оптические среды диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2 , описывается аналогично [12] модифицированной системой уравнений Максвелла – Блоха для квазистационарных нормированных комплексных амплитуд поля проходящей и отраженной волн (E и E_r) и вероятностных переменных резонансного отклика среды (отнесенных к одному атому – поляризованности ρ и разности населенностей n уровней основного перехода):

$$E = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}} E_i(t) - \frac{\omega N l}{(\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}) c} \left[\frac{\mu}{\varepsilon_0} \rho + \frac{2\pi \Delta \alpha (n_0 - n)}{1 - 2\pi \Delta \alpha N (n_0 - n)/3} \left(\frac{\mu N}{3\varepsilon_0} \rho - iE \right) \right],$$

$$\rho + \frac{1}{T_2} \rho + i \left(\Delta \omega + \frac{\Delta \alpha}{\hbar} \pi \varepsilon_0 |E|^2 + \frac{\mu^2 N}{3\varepsilon_0 \hbar} \frac{n}{1 - 2\pi \Delta \alpha N (n_0 - n)/3} \right) \rho = \frac{\mu}{\hbar} n E,$$

$$n + \frac{1}{T_1} (n - n_0) = - \frac{\mu}{2\hbar} \frac{\rho^* E + \rho E^*}{1 - 2\pi \Delta \alpha N (n_0 - n)/3}, \quad (1)$$

$$E' = \frac{1}{1 - 2\pi \Delta \alpha N (n_0 - \Delta n)/3} \left(E + i \frac{\mu N}{3\varepsilon_0} \rho \right), \quad E_r = E - E_i.$$

Здесь μ – средний дипольный момент активных атомов, N – их объемная плотность, n_0 – начальное значение разности населенности, $\Delta \omega = \omega - \omega_0$ – отстройка частоты зондирующего поля относительно центра ω_0 резонансной спектральной линии поглощения, T_1 и T_2 – времена продольной и поперечной релаксации. Уравнения связи полей в (1) записаны на основе используемых при решении уравнений Максвелла условий для полей E , E_r и E_i на границе раздела сред. Члены в уравнениях связи, которые пропорциональны поляризованности, означают учет компоненты нелинейного отклика вещества граничного слоя, связанной с сверхизлучением ансамбля активных атомов, образующих его среду [14]. В соотношение для поляризованности добавлена компонента, которая учитывает квазирезонансную составляющую, существенную при наличии возбуждаемых внешним полем частоты ω переходов, близких к резонансно-

му. При этом оказывается значимым параметр $\Delta\alpha$ – дефект поляризуемости (разность поляризуемостей в основном и возбужденном состоянии атома), для органических молекул это различие считается особо существенным и обуславливает резонансную рефракционную нелинейность. Изменение рефракции пропорционально резонансной вариации населенностей $n_0 - n(t)$, которая при действии лазерных полей испытывает насыщение. В плотных резонансных средах оказывается существенным эффект, обусловленный близкими диполь-дипольными взаимодействиями. При достаточно больших оптических плотностях среды в элементе объема с характерным размером порядка длины волны света должно содержаться много атомов. Однако для сохранения традиционного описания взаимодействия атомарных диполей необходимо, чтобы расстояние между соседними атомами было достаточно большим для исключения возможности перекрытия их электронных орбиталей [2]. В связи с этим система уравнений (1) преобразована с учетом влияния локальных полей, создаваемых дипольными атомами, т.е. действующее на атомы слоя световое поле $E''(t)$ содержит поправку Лоренца. С влиянием переходов, соседних с резонансным, связана возможность квадратичного штарковского эффекта, развивающегося в условиях эффективного поля с учетом локальной поправки. Тогда штарковское уширение резонансного перехода в представлении обобщенной двухуровневой схемы описывается фазовым сдвигом резонансной поляризованности, пропорциональным $\Delta\alpha |E'|^2/\hbar$.

Бистабильность в отражении света

Возможность бистабильности в предложенной модели, как правило, исследуется для стационарной задачи, когда интенсивность излучения, зондирующего слой красителя, изменяется крайне медленно по сравнению с временами релаксации двухуровневой системы и поэтому ее можно считать непрерывной во времени. Это означает, что при данном значении интенсивности в среде слоя устанавливается равновесие, характеризующее определенными значениями материальных переменных. Интенсивности приложенного поля (Y) и прошедшего поля (X) удобно нормировать по мощности поля, насыщающего резонансное поглощение в

пленке: $Y_0 = \frac{\mu}{\hbar} \sqrt{T_1 T_2} E_0^2$, $X = \frac{\mu}{\hbar} \sqrt{T_1 T_2} |E_s|^2$, здесь E_0 – амплитуда приложенного стационарного поля, E_s – равновесная амплитуда прошедшего в слой поля. Изменением интенсивности Y_0 обусловлен переход среды к новому равновесному состоянию. При циклическом изменении интенсивности излучения стационарный отклик нелинейной среды может демонстрировать гистерезис. В рамках использованных представлений связь интенсивностей прошедшего в слой поля X и действующего в пленке (с учетом локальной поправки) поля X' с интенсивностью приложенного поля Y_0 связаны следующими соотношениями:

$$\frac{4\eta Y_0}{(1+\eta)^2} = X' \left[1 - \gamma \kappa (\Delta - \beta X') + \frac{\kappa}{1+\eta} \right]^2 + \kappa^2 X' \left(\frac{\Delta - \beta X'}{1+\eta} + \gamma \right)^2, \quad (2)$$

$$X = X' \left[1 - \gamma \kappa (\Delta - \beta X') \right]^2 + (\kappa \gamma) X', \quad \kappa = \frac{\kappa_0}{1 + \Delta^2 + X'}, \quad \kappa_0 = \frac{\mu^2 \omega_0 N l}{\epsilon_0 c \hbar} T_2.$$

Здесь $\beta = 2\pi\Delta\alpha\epsilon_0\hbar/\mu^2T_2$ – параметр резонансной нелинейности рефракции, $\gamma = c/3\alpha(1+\eta)l$ – лоренцевский коэффициент, обусловленный учетом ближних полей атомарных диполей, $\Delta = (\omega - \omega_0)T_2$ – нормированная по параметру ширины линии $(1/T_2)$ отстройка частоты приложенного поля от частоты резонанса поглощения ω_0 , $\eta = \sqrt{\epsilon_2/\epsilon_1}$ – относительный коэффициент преломления. Учет квазирезонансной поляризации во временном масштабе, превышающем времена поперечной и продольной релаксации, как и в рассмотренных выше случаях, влечет за собой появление в соотношении для мощности внешнего и проходящего поля компонент, дополнительных по отношению к френелевской. Этими компонентами описывается, во-первых, насыщение поглощения, во-вторых, зависимость пропускания поверхностного активного слоя от интенсивности излучения из-за изменений в характере его фазочувствительности (дисперсионной способности, характер которой также зависит от интенсивности). Они обусловлены влиянием поглощения в квазирезонансных переходах на поляризуемость атомов, а также влиянием ближних полей дипольных атомов.

Физически выражения (2) можно рассматривать как систему уравнений, описывающую нелинейные свойства слоя оптической среды в приближении среднего поля для условий, при которых поглощение и положение его резонанса на шкале частот особым образом зависят от интенсивности проходящего поля. На основе (2) можно выразить нелинейную характеристику пропускательной способности тонкой пленки, представляемой здесь планарным слоем резонансных атомов. Одновременно система уравнений (2) представляет расчетный аналог дисперсионной зависимости пропускания слоя в стационарном режиме. Полученные алгебраические соотношения удобно рассчитывать параметрически, то есть, полагая одну из искомым величин (X') линейным, неотрицательным, непрерывно нарастающим параметром.

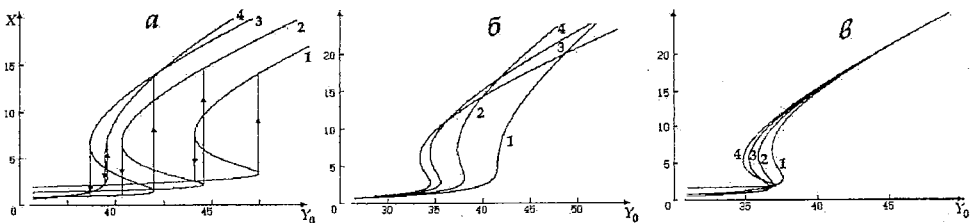


Рис. 1. Зависимость интенсивности прошедшего поля от интенсивности приложенного поля (в относительных единицах):

$\Delta=0$ (кривая 1), 0.5(2), 1.0(3), 2.0(4) $\kappa_0=2.5$, $\beta=0.1$ (а); $\beta=0$ (1), 0.04(2), 0.08(3), 0.1(4), $\gamma=0.1$ (б); $\gamma=0.02$ (1), 0.06(2), 0.1(3), 0.15(4), $\beta=0.04$ (в), $\kappa_0/(1 + \Delta^2) = 1.1$ (б, в), $\eta=1.56$

Значения поглощения и параметров нелинейности приповерхностного слоя азокрасителя, возбуждаемого излучением гелий-неонового лазера, оценивались на основе данных [13]. Рассчитанные нелинейные зависимости интенсивности прошедшего в пленку поля в определенной зоне изменения Y_0 неоднозначны (рис. 1), то есть демонстрируют бистабильность. Диапазон интенсивности, в котором проявляется бистабильность (расчетная ширина гистерезиса), зависит от величины нормированной частотной отстройки Δ (на рис. 1, а направления гистерезисных скачков указаны стрелками). Заметно, что ширина гистерезиса в зависимости от отстройки Δ явно характеризуется оптимумом (рис. 1, а). Подчеркнем также, что при этом оба фактора, вызывающие фазовое смещение в нелинейном отклике слоя на резонансное поле излучения, оказываются существенными – появление бистабильного изгиба на кривых и размер области бистабильности зависят от параметров нелинейной рефракции, обусловленной квазирезонансной поляризуемостью и от следствий диполь-дипольного взаимодействия (рис. 1, б, в). Ширина гистерезиса для пленок на основе веществ с большими значениями дефекта поляризуемости увеличивается, при этом должен снижаться уровень мощности, необходимый для появления бистабильного изгиба на нелинейной характеристике (рис. 1, б).

Учет дополнительной нелинейной компоненты, обусловленной остаточной поверхностной поляризованностью в граничном слое, также приводит к нетривиальному результату – в поле отраженной волны возникает сверхизлучательная составляющая. Стационарное отражение приобретает резонансный характер и зависит от интенсивности приложенного поля. Нелинейную зависимость энергетического коэффициента эффективного отражения можно также оценить на основе расчета системы уравнений (2). При этом используется следующее соотношение для его зависимости от нормированной интенсивности X' , сформулированное из условия связи амплитуд отраженной и прошедшей волн системы уравнений (1):

$$R = \frac{\{r + \kappa[1/(\eta+1) - r\gamma(\Delta - \beta X')]\}^2 + \kappa^2[(\Delta - \beta X')/(\eta+1) + r\gamma]^2}{\{1 + \kappa[1/(\eta+1) - \gamma(\Delta - \beta X')]\}^2 + \kappa^2[(\Delta - \beta X')/(\eta+1) + \gamma]^2}, \quad (3)$$

где $r = (\eta - 1)/(\eta + 1)$. Зависимости, полученные в результате расчета системы уравнений (2) и соотношения (3), изображены на рис. 2. Нужно отметить, что влияние поверхностной поляризованности активных атомов в слое на диэлектрическую проницаемость для резонансного поля приводит к росту эффективного отражения. При этом коэффициент отражения отличен от френелевского и снижается по мере роста интенсивности приложенного поля.

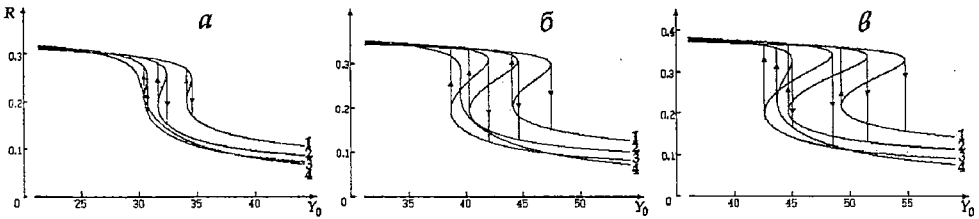


Рис. 2. Зависимость резонансного коэффициента отражения граничного слоя от интенсивности приложенного поля (в относительных единицах):

$\Delta=0.1$ (кривая 1), 0.5(2), 1.0(3), 1.5(4), $\kappa_0=1.5$ (а); $\Delta=0.1$ (1), 0.5(2), 1.0(3), 2.0(4) (б, в), $\kappa_0=2.5$ (б), 3.2 (в); $\beta=0.05$, $\gamma=0.1$, $\eta=1.56$

Резонансное отражение также при определенном уровне плотности активных центров на шкале зависимости от Y_0 характеризуется гистерезисным скачком. При этом граничный слой может резко просветляться и по величине отражения асимптотически приближаться к френелевскому уровню. В этом случае резонансное изменение величины отражения возрастает для более плотных слоев, при этом мощность приложенного поля, необходимая для наблюдения гистерезиса, должна быть бóльшей. Судя по кривым 1 – 4 на рис.2, б и в, размер гистерезисного скачка и расстояние между точками поворота кривых (ширина гистерезисной петли на характеристике отражения) также проявляют дисперсионный оптимум, то есть их зависимости от частотной отстройки имеют резонансный характер.

Еще одним эффектом, сопровождающим резонансное отражение когерентных потоков поля световых волн от граничного слоя с поверхностной поляризованностью, является возникновение нелинейного фазового сдвига у отраженного поля. Волны прошедшая, отраженная и действующая на активные центры слоя в системе уравнений (1) представлены комплексными функциями. Для установившейся величины фазовой переменной φ_s поля (в его комплексном представлении $E_r(t) = \tilde{E}(t) e^{i\varphi(t)}$) в зависимости от равновесного значения X' также из системы уравнений (1) нетрудно получить:

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \kappa \frac{(\Delta - \beta X') / (\eta + 1) + r\gamma}{r + \kappa [1 / (\eta + 1) - r\gamma (\Delta - \beta X')]} \quad (4)$$

Результаты расчета зависимости фазового смещения от мощности приложенного поля, проведенные на основе (2), (4), указывают на общие особенности нелинейных кривых, таких, как нарастание φ_s с увеличением мощности и возможность гистерезисных скачков фазы (рис. 3).

Динамическим (то есть проявляющимся на временной шкале в ходе эволюции светового поля) аспектом такой закономерности отклика является возможность наблюдения автомодуляционного дрейфа частоты излучения в лазерном импульсе, отраженном граничным слоем, который обладает нелинейной поляризуемостью. Это явление, получившее название “чирпа”, в последнее время активно исследуется в связи с разработ-

кой методов получения особо коротких импульсов в твердотельных лазерах. Бросок частоты излучения, в диапазоне гистерезисного изменения фазы, “не следящий” за интенсивностью, способен повлечь за собой нарушение фазового условия генерации излучения в резонаторе и безынерционно изменить добротность резонатора в момент формирования импульса, эффективно сократив его длительность.

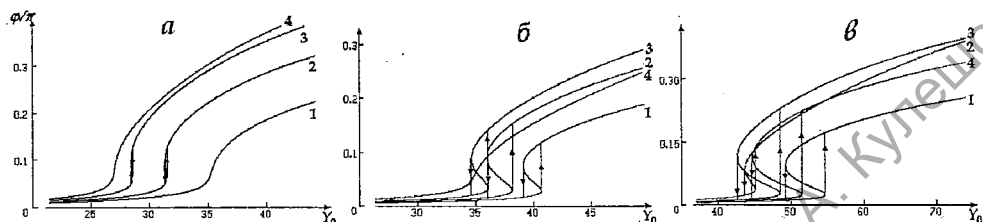


Рис. 3. Зависимость сдвига частоты от интенсивности приложенного поля (в относительных единицах):

$\Delta=0.1$ (кривая 1), 0.5(2), 1.0(3), 1.5(4), $\kappa_0=1.5$, $\beta=0.1$ (а); $\Delta=0.1$ (1), 0.5(2), 1.0(3), 2.0(4), $\beta=0.05$ (б,в), $\kappa_0=2.0$ (б), 3.0 (в); $\gamma=0.1$, $\eta=1.56$

Заключение

На основе сформулированных в работе соотношений можно количественно оценить следствия эффекта резонансного отражения излучения тонким поверхностным слоем с нелинейной поляризованностью. Расчет совершен для поверхностного слоя нелинейной среды, параметры которой, в основном, соответствуют спектральным и оптическим характеристикам азокрасителя в полимере. Нелинейное отражение, способное в определенном диапазоне параметров слоя и характеристик приложенного поля проявлять свойство гистерезиса, может быть использовано для разработки пассивных модулирующих устройств. Как и резкий скачок резонансного пропускания тонкого слоя, гистерезисный скачок фазы, приводящий к динамичному смещению частоты излучения и образованию “чирпированного” лазерного импульса, представляет интерес именно с точки зрения их использования в целях внутррезонаторной модуляции добротности. Результаты расчетного анализа резонансного отражения могут быть также полезны при разработке методов диагностики нелинейных свойств планарных оптических пленок. В таком случае по значениям отклонения отражения, регистрируемого в области оптического резонанса, от значений, характерных для френелевских величин, можно оценивать параметры слоев или систем на их основе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Afanas'ev, A.A. Coherent and incoherent solitons of self-induced transparency in dense resonant media / A.A. Afanas'ev [et al.] // J. Opt. Soc. Amer. B. – 2002. – Vol. 19. – № 4. – P. 911–919.
2. Каплан, А.Е. Поведение локальных полей в нанорешетках из сильно взаимодействующих атомов: наностраты, гигантские резонансы, “магические” числа и оптическая бистабильность / А.Е. Каплан, С.Н. Волков // УФН. – 2009. – Т. 179. – № 5. – С. 539–547.

3. *Hehlen, M.P.* Cooperative optical bistability in the dimer system $\text{Cs}_3\text{Y}_2\text{Br}_9 : 10\% \text{Yb}^{3+}$ / M.P. Hehlen [et al.] // J. Chem. Phys. – 1996. – Vol. 104. – № 4. – P. 1232–1244.
4. *Malyshev, V.* Mirrorless optical bistability of linear molecular aggregates / V. Malyshev, P. Moreno // Phys. Rev. A. – 1996. – Vol. 53. – № 1. – P. 416–423.
5. *Kuditcher, A.* Intrinsic Bistability of Luminescence and Stimulated Emission in Yb- and Tm-Doped Glass / A. Kuditcher [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2000. – Vol. 84. – № 9. – P. 1898–1901.
6. *Malyshev, V.A.* Intrinsic optical bistability of an ultrathin film consisting of oriented linear aggregates / V.A. Malyshev, H. Glaeske, K.-H. Feller // J. Chem. Phys. – 2000. – Vol. 113. – № 3. – P. 1170–1176.
7. *Glaeske, H.* Mirrorless optical bistability of an ultrathin glassy film built up of oriented J-aggregates: Effects of two-exciton states and exciton – exciton annihilation / H. Glaeske, V.A. Malyshev, K.-H. Feller // J. Chem. Phys. – 2001. – Vol. 114. – № 5. – P. 1966–1969.
8. *Bowden, C.M.* Near-dipole-dipole effects in dense media: Generalized Maxwell-Bloch equations / C.M. Bowden, J.P. Dowling // Phys. Rev. A. – 1993. – Vol. 47. – № 2. – P. 1247–1251.
9. *Afanas'ev, A.A.* Local-field effects in a dense ensemble of resonant atoms: Model of a generalized two-level system / A.A. Afanas'ev [et al.] // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60 – № 2. – P. 1523–1529.
10. *Гадомский, О.Н.* Эхо-спектроскопия поверхности / О.Н. Гадомский, Р.А. Власов. – Мн. : Навука і тэхніка, 1990. – 216 с.
11. *Захаров, С.М.* Нелинейная резонансная оптика тонких пленок / С.М. Захаров // ЖЭТФ. – 2002. – Т. 118. – С. 2234–2247.
12. *Тимошенко, Е.В.* Сверхизлучательная трансформация световых импульсов при отражении граничным нелинейным слоем / Е.В. Тимошенко, В.А. Юревич // Доклады Национальной АН Беларуси. – 2010. – Т. 54. – № 6. – С. 56–61.
13. *Томов, А.В.* Планарные полимерные оптические волноводы поликарбонат/азокраситель / А.В. Томов // Проблемы прикладной оптики ; под ред. В.А. Карпенко, В.П. Редько. – Могилев, 2000. – С. 225–232.
14. *Benedict, M.* Coherent reflection as superradiation from the boundary of a resonant medium / M. Benedict, E.D. Trifonov // Phys. Rev. A. – 1988. – Vol. 38. – No 6. – P. 2854–2862.