

*Е.В. Глазунова, К.Н. Горбачев, В.А. Юревич*  
(Беларусь, Могилев)

## **ТЕОРЕМА МАК-КОЛЛА И ХАНА В ПРИБЛИЖЕНИИ ОСОБО ТОНКОГО СЛОЯ РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЫ**

Задачи изучения взаимодействия коротких световых импульсов с тонкими слоями активных сред представляют интерес для целей диагностики нелинейных оптических свойств лазерных материалов.

В этом сообщении известное в физике когерентных оптических процессов соотношение для полей воздействующего и прошедшего слой импульса обобщается с учетом наличия у активных атомов квазирезонансных компонент нелинейной поляризуемости.

В приближении особо тонкого слоя (по толщине  $l$  значительно меньшего длины волны поля  $\lambda = 2\pi c/\omega$  зондирующего лазерного импульса) и при допущении плосковолнового характера этого поля уравнения, описывающие взаимодействие световой волны и активных атомов слоя, могут быть записаны так [1]:

$$E(t) = E_i(t) + \frac{1}{\tau} [\rho + i \cdot \beta(n - n_0) \cdot E(t)],$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{T_2} \rho = -n \cdot E + i \cdot \left( \Delta\omega + \frac{\beta}{2} |E|^2 \right) \rho, \quad \beta = \frac{4\pi\hbar}{\mu^2} \varepsilon_0 \cdot \Delta\alpha, \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{n - n_0}{T_1} = \frac{1}{2} (\rho \cdot E^* + \rho^* \cdot E), \quad \tau = \frac{\hbar c \varepsilon_0}{\mu^2 \omega_{12} N l} (\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}).$$

Квазистационарные амплитуды внешнего ( $E_i(t)$ ) и действующего в пленке ( $E(t)$ ) полей удобно было нормировать к размерности частоты, динамикой переменных  $\rho(t)$  и  $n(t)$  отражено изменение вероятности поляризации и разности населенностей уровней основного перехода с частотой  $\omega_{12} = \omega_0$  и величиной дипольного момента  $\mu$ . В системе (1) временной константой  $\tau$  определен параметр, обычно называемый временем сверхизлучения, коэффициентом  $\beta$  – параметр, определяющий штарковское смещение основного перехода, разностью  $\Delta\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$  – дефект поляризуемости, отстройкой  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$  – дефект частоты, величиной  $Nl$  – поверхностная плотность активных атомов,  $n_0$  – начальное значение населенности. Тонкий нелинейный слой разделяет линейные среды с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , внешнее поле нормально падает на его поверхность. Помимо штарковского смещения в системе (1) учтено автомодуляционное уширение спектральной линии поля, регистрируемое в средах с квазирезонансной поляризованностью. Система уравнений (1) записана на основе представлений так называемой обобщенной 2-уровневой схемы, допускающей учет этих особенностей среды слоя.

Имея далее в виду, что времена релаксации в канале основного перехода  $T_1, T_2 \rightarrow \infty$ , т.е. велики по сравнению с длительностью воздействующего импульса  $\Delta t$ , также ограничимся только компонентами отклика, соответствующими  $\Delta\omega = 0$ . Тогда изучение временного поведения переменных возможно на основе решения системы (1), записанного в квадратурах. При этом аналогично, например, [2], может быть использована особая нестационарная характеристика взаимодействия – так называемый вектор Блоха. Эта векторная величина формально определяется координатами  $\text{Re}\rho$ ,  $\text{Im}\rho$ ,  $n$ . Известно, что при пренебрежении влиянием квазирезонансных переходов на поляризуемость уравнения Блоха с учетом закона сохранения вектора Блоха  $\text{Re}\rho^2 + n^2 = 1$  оказываются разрешимыми независимо от соотношения для полей:

$$\rho(t) = \sin \theta(t) \quad , \quad n(t) = -\cos \theta(t) \quad , \quad \theta(t) = \int_0^t E(t) dt \quad -$$

полярный угол вектора Блоха, выражающий формальную величину «площади» импульса поля. Как следует из соотношения для полей в (1), временное изменение этой величины описывается уравнением:

$$\theta_0(t) = \theta(t) + \frac{1}{\tau} \int_0^t \sin \theta(t) dt, \quad \theta_0(t) = \int_0^t E_i(t) dt .$$

Величина полярного угла вектора Блоха для импульса поля в слое связывается с «начальным» полярным углом входного импульса  $\theta_0(t)$ , поэтому соотношение (2) может определить аналог так называемой теоремы «площадей» Мак-Кола и Хана [3], записанной для случая рассматриваемых здесь особо тонких слоев. Аналогичное выражение в литературе, вообще говоря, известно и записано в [4]; там оно, однако, неточно, поскольку получено при крайне некорректном предположении о том, что при рассмотрении когерентных процессов возможно некогерентное представление:  $\rho(t) = -n(t) E(t) T_2$ . Соотношение величин  $\theta$  и  $\theta_0$  на основе (2) нетрудно анализировать, задавая форму входного импульса, например, в виде обратного гиперболического косинуса.

В записи с учетом квазирезонансной поляризованности материальные уравнения (1) отдельно для первых двух координат вектора Блоха неразрешимы (закон сохранения -  $|\rho|^2 + n^2 = 1$ ). Поэтому, если решения в квадратурах для материальных  $\rho$  и  $n$  записать в виде:

$$\rho(t) = -\sin \theta - i \frac{\beta}{2} \exp\left(i \frac{\beta}{2} \Theta\right) \int_0^t \left[ |E(t)|^2 \exp\left(-i \frac{\beta}{2} \Theta\right) \sin \theta \right] dt, \quad n(t) = \cos \theta ,$$

где  $\Theta(t) = \int_0^t |E(t)|^2 dt$ , то выражение, аналогичное формулируемому выше соотношению для «площадей» (2), представляется таким образом:

$$\left(1 + i \frac{\beta}{\tau}\right) \theta = \theta_0 + i \frac{\beta}{\tau} \sin \theta - \int_0^t \left[ \sin \theta + i \frac{\beta}{2} \exp\left(i \frac{\beta}{2} \Theta\right) \int_0^t |E|^2 \sin \theta \cdot \exp\left(-i \frac{\beta}{2} \Theta\right) dt \right] dt ,$$

$$|E(t)|^2 = \left( E_1^2 + \frac{2}{\tau} E_1 \operatorname{Re} \rho + \frac{1}{\tau^2} \sin^2 \theta \right) / \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{\tau} \right)^2 (1 - \cos \theta)^2 \right] .$$

Из-за невозможности исключить переменную поля анализ уравнения (3) с целью характеризовать соотношение  $\theta$  и  $\theta_0$  особо сложен. Соотношение (3) имеет по сравнению с (2) более формальное значение; его, однако, следует также рассматривать как аналог теоремы «пло-

щадей» Мак-Кола и Хана, записанной в приближении тонкого слоя уже в рамках обобщенной 2-уровневой схемы. Анализ выражений типа (2) или (3) оказывается важным при обсуждении ряда принципиальных вопросов. В частности, решение (3) относительно  $\theta$  для формы импульса, описываемого интегрируемой функцией, может дать необходимое условие существования устойчивых волн при прохождении импульсного поля сквозь тонкую пленку нелинейной среды, представляемой поверхностным слоем активных атомов с квазирезонансной поляризуемостью.

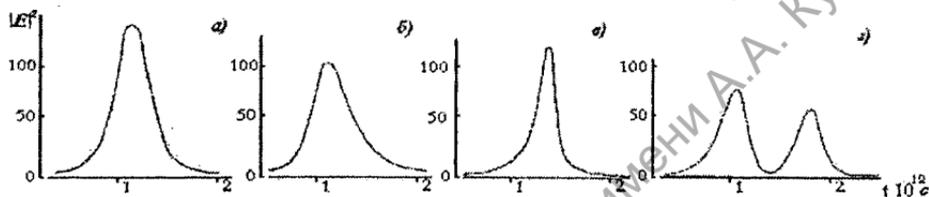


Рис. 1

Изменение формы прошедших сквозь нелинейную пленку пикосекундных оптических импульсов в условиях когерентного режима взаимодействия: а) входной импульс; б-г) прошедшие пленку импульсы  $-\beta = 0$  (б), 0,2 (в), 0,35 (г),  $\tau = 10^{-12}$  с.

Теорема Мак-Кола и Хана не описывает изменения формы импульса. Для этого приходится применить численный анализ системы (1). Предполагалось, что поле лазерного излучения, падающее на слой извне, сформировано в виде импульса, описываемого как  $E_i(t) = 2A \cosh^{-1}(t/\Delta t)/\Delta t$  ( $A$  – параметр амплитуды импульса, при  $A = 1 - \theta_0 = \pi$ ). Расчеты (см. рисунок) предсказывают возможность определенного сужения прошедшего пленку импульса (рис., в), возможно также сильное изменение его формы (рис., г).

Работа выполнена при поддержке БРФФИ (Проект № Ф06М–231).

### Литература

1. Юревич В.А. // Журнал прикл. спектр. 1999. Т.66, №5. С.661–665.
2. Bonifacio R., Lugiato L.A. // Opt. Commun. 1976. V.19, N2. P.172–176.
3. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. – М., 1979. – 216 с.
4. Захаров С.М., Манькин Э.А. // ЖЭТФ. 1994. Т.105, вып.4. С.1053–1065.