

УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ОБ ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВАМ ТЕОРЕМ

Описаны результаты проведенного опроса учителей математики в Украине для выявления их ценностного отношения к обучению доказательствам. Также описаны результаты анкетирования по основным фокусам — как учителя реализуют традиционную методическую схему обучения доказательствам теорем, как ее трансформируют, варьируют в связи с модернизацией образовательного процесса.

Ключевые слова: обучение доказательствам теорем, работа с формулировкой теоремы, поиск доказательства теоремы, доказательство теоремы, закреплённые доказательства теоремы.

Одна из главных целей обучения математике в основной школе — развитие логического мышления школьников, формирование у учащихся приемов непротиворечивых, последовательных, доказательных рассуждений. Формируются эти приемы и их составляющие (отдельные действия и операции), в процессе обучения учащихся доказательству математических фактов. Опросы школьников, поступающих в учреждения высшего образования в Украине, показывают, что они не нацелены на изучение доказательств или освоение способов поиска доказательств во время учебы в школе. Такое положение дел обусловлено несколькими причинами: 1) катастрофическим уменьшением количества уроков математики в школе; 2) отсутствием задач на доказательство на этапе государственной итоговой аттестации; 3) отсутствием таких заданий в перечне заданий внешнего независимого тестирования по математике. Соответственно возник вопрос: «Каково ценностное отношение учителей математики к обучению доказательствам, как учителя реализуют традиционную методическую схему обучения доказательствам, как ее трансформируют, варьируют в связи с модернизацией образовательного процесса?» Для поиска ответов на эти вопросы было проведено анкетирование учителей математики. Всего в опросе участвовало 125 человек. В таблице 1 отражены акценты в ценностном отношении учителей к доказательствам теорем школьного курса планиметрии.

Таблица 1

<i>В чем Вы видите ценность обучения доказательствам теорем?</i>	
Для формирования приемов умственной деятельности	64,8%
Для развития логического мышления	60,8%
Доказательства демонстрируют структуру дедуктивного способа построения математической теории	42,4%
Доказательства создают условия для применения эвристик в обучении математике	28,8%
Доказательства имеют важное мировоззренческое значение в общем культурном развитии школьников	24%

Следующим фокусом опроса было определение ценностного отношения и способов практической реализации учителями мотивации изучения теорем и работы с формулировкой теоремы (таблица 2),

Таблица 2

<i>Мотивируете ли Вы изучение теорем?</i>	
Да, систематически	65%
Нет, не систематически, время от времени	35%
<i>Каким приемом Вы оказываете предпочтение в процессе мотивации изучения теорем?</i>	
Демонстрация практической значимости применения теоремы для решения задач прикладного характера	77%
Демонстрация значимости теоремы для доказательства других теорем	41%
Обращение к историческим фактам, связанным с именем ученых, в честь которых названа теорема	33%
Выполнение построений и их исследование	29%
Моделирование природных явлений и обобщение наблюдений	19%
<i>Выделяете ли Вы время для работы с формулировкой теоремы?</i>	
Да, всегда	71%
Да, иногда	28%
Нет, никогда	1%
<i>Какие приемы Вы используете в работе с формулировкой теоремы?</i>	
Выделяю условие, разъяснительную часть и требование теоремы	56%
Выделяю условие и требование теоремы	40%
Выделяю только условие теоремы	4%
Вместе с учениками устанавливаем вид утверждения, при помощи которого сформулирована теорема	38%
Формулируем с учениками обратное утверждение, проверяем, по возможности, его истинность	37%

Окончание таблицы 2

Предлагаю учащимся из набора слов сконструировать формулировку теоремы	33%
Предлагаю ученикам среди предложенных утверждений найти то, что равносильно теореме	32%
Предлагаю ученикам найти ошибку в предложенной формулировке теоремы	27%
Формулируем вместе с учениками утверждение, равносильное теореме	16%

В исследовании также определялся доминирующий в практике обучения способ организации работы учащихся с доказательством теорем (таблица 3).

Таблица 3

<i>Как Вы организываете изучение теорем?</i>	
Изучаем доказательство всех теорем, представленных в учебнике, в классе	18 %
Изучаем доказательство отдельных теорем в классе, доказательство остальных теорем учащиеся изучают дома самостоятельно	65%
Не рассматриваем доказательство теорем вообще	15 %
Не считаю необходимым тратить время на доказательство очевидных фактов	2%
<i>Какие приемы Вы используете в работе с доказательством теорем?</i>	
Предлагаю ученикам идею или план доказательства, который они реализуют самостоятельно (возможно, опираясь на помощь учителя)	50%
Работу с теоремой разбиваю на цепочку взаимосвязанных операций (задач), которые ученики выполняют (решают) под руководством учителя	44%
Работу с теоремой разбиваю на цепочку подзадач, каждая из которых реализует отдельный шаг в доказательстве, которые ученики решают в сотрудничестве с учителем	39%
Предлагаю ученикам готовые доказательства, которые они конспектируют в тетрадях	31%
Предлагаю ученикам эвристические инструкции и перечень свойств основных понятий, которые целесообразно использовать в доказательстве, дальнейшее доказательство учащиеся выполняют самостоятельно	25%
Работу с теоремой разбиваю на цепочку взаимосвязанных задач, которые учащиеся решают самостоятельно с дальнейшей проверкой учителем	15%

Окончание таблицы 3

Работу с теоремой разбиваю на цепочку подзадач, каждая из которых реализует отдельный шаг в доказательстве, которые ученики решают полностью самостоятельно	10%
<i>Какими методами Вы пользуетесь в обучении учащихся доказательствам теорем?</i>	
Проблемный метод в той его модификации, когда постановка проблем или проблемных вопросов осуществляется учителем, а их решение — учениками.	66%
Объяснительно-иллюстративный метод, когда объяснения учителя и работа с книгой являются решающими	60%
Частично-поисковый метод, в частности, эвристическая беседа	58%
Исследовательский метод, создавая условия для самостоятельной постановки учащимися цели исследования, возможно, связанного с практикой (построениями, измерениями, наблюдениями и т.д.), реализации собственно исследования, представления его результатов	28%
<i>Какие средства Вы используете в работе с доказательством теорем?</i>	
Учебник	80%
Мультимедийные презентации	66%
Раздаточный наглядный материал	45%
Системы динамической геометрии	18%
Электронные плакаты	10%
<i>Какие осложнения возникают у учащихся при доказательстве теорем</i>	
Учащиеся не могут упорядочить логическую цепочку рассуждений в доказательстве	67%
Не видят необходимости в доказательстве вообще	36%
Не могут правильно обосновать отдельные шаги в доказательстве	31%
Не могут вывести следствия из посылок	26%
Не выделяют, что дано и что необходимо доказать в теореме	24%
Не отличают свойства понятий, используемых в доказательстве теоремы, и их признаки	24%
Не выделяют главную идею доказательства	22%
Не могут составить план доказательства	15%

Для того чтобы нивелировать вышеуказанные осложнения у учащихся, учителю следует проводить дополнительную работу по закреплению способа доказательства теорем. Как учителя оценивают необходимость проведения такой работы и как практически ее осуществляют — эти вопросы также были в фокусе внимания опроса (таблица 4).

Таблица 4

<i>Насколько систематически вы проводите дополнительную работу по закреплению доказательства теоремы?</i>	
Систематически	31%
Эпизодически	51%
Не провожу такую работу совсем	18 %
<i>Какие приемы Вы используете для закрепления способа доказательства теоремы?</i>	
Выделяем главную идею или план доказательства	59%
Определяем основные понятия, факты, которые использовались в доказательстве	47%
Учащиеся воссоздают доказательство устно или письменно	37%
Учащиеся заполняют пропуски в доказательстве (пропущены либо обоснования, либо следствия)	34%
Учащиеся комментируют ряд рисунков-иллюстраций к отдельным шагам доказательства	26%
Учащиеся дополняют готовый рисунок так, чтоб сделать наглядными отдельные этапы доказательства теоремы	23%

Отдельные **выводы** по результатам опроса: 1) несистематическая, однообразная мотивация изучения доказательств теорем негативно влияет на процесс обучения; 2) в практике обучения уделяется недостаточно внимания таким видам работы, которые реализуют исследовательский метод в обучении, в частности, в обучении доказательствам теорем; 3) обращение подавляющего большинства учителей к демонстрации практической значимости применения теоремы для решения задач прикладного характера является важным показателем реализации прикладной направленности обучения математики в современных условиях; 4) методически грамотно реализуют работу с формулировкой теорем примерно половина участников опроса, следовательно, у подавляющего большинства учащихся не формируется на достаточном уровне умение выделять в условии теоремы все явно и неявно представленные данные, возникают сложности при построении графической модели, рисунка, в нахождении соответствующих аргументов в цепочках обоснований; 5) вне внимания учителей остаются методические приемы, варьирующие работу с формулировкой теоремы, ни один из опрошенных учителей не предложил собственный способ организации работы на этом этапе, хотя некоторые заметили, что виды работы с формулировкой теоремы зависят от уровня подготовки класса и сложности теоремы; 6) «отложенное» изучение доказательств некоторых теорем школьного курса зачастую приводит к тому, что ученики часто вообще отказываются

от самостоятельной работы по доказательствам теорем, ссылаясь на неосильность и ненужность для них такой работы, учащиеся предпочитают работать не самостоятельно, а с опорой на помощь или под руководством учителя; 7) учителя недостаточно осведомлены, как реализовать задачный подход в обучении доказательствам теорем, как скомбинировать цепочку подзадач, каждая из которых реализует отдельный шаг в доказательстве, а из нее синтезировать собственно доказательство теоремы.