УДК 372.8:51

Е. Ю. Куприенко, Р. А. Утеева,
г. Тольятти, Россия

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ НА ОСНОВЕ МАЛЕНЬКИХ ТЕОРИЙ А. А. СТОЛЯРА

В статье представлен практический опыт организации исследовательской деятельности обучающихся 2–9 классов математической школы на основе маленьких теорий А. А. Столяра, организованной НИЛ «Школа математического развития и образования — 5+» в Тольяттинском государственном университете.

Ключевые слова: маленькие теории А. А. Столяра, математическая школа, исследовательская деятельность.

Одним из достижений методики преподавания математики 60-х гг. прошлого века является концепция обучения математике школьников на основе деятельностного подхода А. А. Столяра, в основу которой положен конкретизированный им *принцип проблемности*: процесс обучения математике должен строиться наподобие процесса исследования в математике, он должен имитировать процесс творческого поиска в математике.

Рассматривая *обучение математике* как «дидактически целесообразное сочетание обучения математическим знаниям и математической деятельности», А. А. Столяр выделил в качестве одного из трех основных аспектов математической деятельности, построение «маленьких теорий» (результат — система математических знаний) на основе логической организации математического материала (ЛОММ). На конкретных примерах [3] автором показано, как можно подвести учащихся к построению «маленькой теории» и открытию математического факта, используя методы наблюдения, опыта (измерений), проб, «логического эксперимента», построения и исследования моделей, доказательства.

Рассмотрим примеры организации исследовательской деятельности обучающихся на основе построения «маленьких теорий» в смысле А. А. Столяра. В эксперименте принимали участие учащиеся 2–6 классов математической школы при ТГУ [2; 4; 5].

Пример 1. *Построение «маленькой теории по теме «Простые и составные числа» (3–6 класс).*

ЛОММ: Простыми числами называются натуральные числа, которые имеют только два делителя: единицу и само число. Например, 2, 3, 5, 11, 41 — простые числа. Среди простых чисел только одно четное — 2, все остальные нечетные.

Составными числами называются натуральные числа, которые имеют больше двух делителей. Например, 4, 6, 9, 12, 15 — составные числа. Почему? Сколько делителей имеет каждое из них?

Замечание: число 1 не относится ни к простым, ни к составным.

Наблюдение и опыт (эксперимент):

№ 1. Выпиши простые числа первой сотни. Сколько их в первом десятке? Всего?

№ 2. Может ли сумма простого и составного числа быть простым числом? Приведи примеры. Сделай вывод.

№ 3. Может ли сумма двух последовательных натуральных чисел быть простым числом? Приведи несколько примеров и контрпримеров. Сделай выводы. Попробуй провести свои рассуждения в общем виде.

№ 4. Может ли сумма трех последовательных натуральных чисел быть простым числом? Приведи несколько примеров и контрпримеров. Сделай выводы. Попробуй провести свои рассуждения в общем виде.

№ 5. Разложи число n, где n — составное число и $16 \leq n < 31$ на простые множители. Истинно ли для данного n утверждение, что n представимо в виде произведения не более чем трех простых множителей? Какое утверждение будет истинным для n?

№ 6. Может ли площадь квадрата, длина стороны которого выражена натуральным числом, быть простым числом?

Моделирование (схема, таблица)

№ 7. Используя признаки делимости чисел, составьте таблицу простых чисел до 1000.

Доказательство.

№ 8. Сколько всего существует простых чисел? Ответ на этот вопрос был дан древнегреческим математиком Евклидом в IX книге «Начала»: ряд простых чисел бесконечен. Познакомься с различными доказательствами о бесконечности простых чисел [6]. Выбери понравившиеся доказательства и запиши их.

Выводы

№ 9. Сформулируйте свои выводы в виде истинных (доказанных, проверенных) утверждений.

Пример 2. *Построение «маленькой теории по теме «Простые числа-близнецы» (3–6 класс).*

ЛОММ: Два простых числа называются «близнецами», если между ними есть только одно четное число.

Наблюдение и опыт (эксперимент):

№ 1. Посмотрите на таблицу простых чисел первых двух десятков. Выделите из них группу простых чисел, обладающую общим свойством. Каким?

Например: 3 и 5; 5 и 7; 11 и 13; 17 и 19.

Вывод: в таблице простых чисел первых двух десятков есть пары чисел, разность между которыми равна 2.

Моделирование (схема, таблица).

№ 2. Составь таблицу простых чисел-близнецов первой тысячи. Можно использовать ранее составленную таблицу простых чисел.

Доказательство.

№ 3. Первые две пары близнецов (3 и 5) и (5 и 7) имеют общий элемент 5. «Расстояние» между второй (5 и 7) и третьей (11 и 13) парами близнецов равно 11 – 4 = 4. Расстояние между третьей и четвертой (17 и 19) равно 17 – 13 = 4. Расстояние между четвертой и пятой парой (29 и 31) равно 29 – 19 = 10. Докажи, что далее расстояние между соседними парами близнецов никогда не будет меньше четырех [1].

№ 4. Докажи, что всякое число, находящееся между близнецами и большее 4, делится на 6. Проверь это утверждение на примерах. Попробуй провести рассуждения в общем виде.

№ 5. Наблюдения над простыми числами показывают, что между квадратами простых чисел всегда имеются близнецы. Например, между числами $2^2 = 4$ и $3^2 = 9$ есть близнецы 5 и 7; между числами $3^2 = 9$ и $5^5 = 25$ есть близнецы — два простых числа 11 и 13.Это порождает гипотезу близнецов (предположение), что между квадратами простых чисел всегда найдутся близнецы. Эта гипотеза пока не доказана (может быт, она и не верна!). Проверь ее для простых чисел первой тысячи. Сделай выводы в виде истинных утверждений.

Список использованной литературы

1. Колмогоров, А. Н. Решето Эратосфена / А. Н. Колмогоров // Квант. – 1974. – № 1. – С. 77.
2. Куприенко, Е. Ю. Организация проектно-исследовательской деятельности учащихся по математике на основе Интернет-источников / Е. Ю. Куприенко // Дидактика Яна Амоса Коменского : від минулого до сьогодения : материалы Першої Міжнародної Інтернет- конференції (м. Умань, 22 лютого 2013 року) // Вісник лабораторії дидактики імені Я. А. Коменського // гол. ред. Н. С. Побірченко. – Умань : ПП Жовтий О. О., 2013. – С. 84–86.
3. Столяр, А. А. Педагогика математики : учебное пособие для студентов физмат. факульт. пед. ин-тов. 3-е изд., перераб. и доп. – Минск : Высшая школа, 1986. – 414 с.
4. Утеева, Р. А. История математических идей и открытий как средство обучения и умственного развития учащихся / Р. А. Утеева, Е. Ю. Куприенко // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л. С. Выготского материалы III Международной научной конференции, 17–19 ноября 2016 г. // под ред. М. В. Егуповой, Л. И. Боженковой. – ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ), Издатель Захаров С.И. «СерНа», 2016. – С. 115–119.
5. Утеева, Р. А. Из опыта организации школы математического развития и образования / Р. А. Утеева // Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования : Материалы Материалы XXI Всероссийской (IX с Международным участием) научно-практической конференции. 30 ноября–1декабря 2018года, г. Самара. – Самара : СГСПУ, 2018. – С. 319–323.
6. Эвнин, А. Девятнадцать доказательств теоремы Евклида // Квант, 2001. – № 1. – С. 35–38.