УДК 372.8:51

Е. А. Курьянова,
г. Тольятти, Россия

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП» КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

В статье представлена программа элективного курса по теме «Элементы теории групп» для обучающихся старших классов, апробированная в математической школе на базе НИЛ «Школа математического развития и образования — 5⁺» ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет».

Ключевые слова: профильное обучение математике, элективный курс, числовые множества, группа, алгебраическая структура.

Согласно Концепции [3, с. 1], на старшей ступени общего образования профильное обучение является средством дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющим более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Программа элективного курса «Элементы теории групп» (17 ч.) направлена на расширение и углубление знаний учащихся по математике, а также знакомство их с одним из важнейших направлений развития абстрактной алгебры — теорией групп. Для ее реализации достаточно знаний и умений по математике, полученных в основной школе.

Актуальность предлагаемой программы определяется следующими соображениями:

1. Содержание школьного курса математики (числовые множества — множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел), являясь основой для элективного курса, позволяет сформировать у обучающихся представления о теоретико-групповом подходе к изучению математики, знакомит их с идеей математической структуры (на примере простейших — группы, полугруппы) [5].

2. Реализация программы, основанной на исследовательском методе и организации проектной деятельности каждого обучающегося, способствует их профессиональному самоопределению, творческой самореализации.

В результате изучения данного элективного курса обучающиеся знакомятся: с понятием множества, операциями над множествами, различными примерами множеств; основными алгебраическими структурами (группа, кольцо, поле), примерами аддитивных и мультипликативных групп; симметрической и знакопеременной групп [2, 6]. Принятые обозначения: *n* — число законов, заданных на множестве; Б — *бинарная алгебраическая операция*; А — свойство *ассоциативности* рассматриваемого закона композиции; К — свойство *коммутативности*; Н — существование *нейтрального элемента*; С — наличие *симметричного* (обратного, противоположного) *элемента*; * — наличие указанного свойства или элемента (см. таблицу).

Алгебраические структуры

n	Алгебраическая структура	I закон — аддитивный					II закон — мультипликативный				
		Б	*А*	*К*	*Н*	*С*	*Б*	*А*	*К*	*Н*	*С*
1	Полугруппа (аддитивная)	*	*								
1	Полугруппа (мультипликативная)						*	*			
1	Полугруппа (аддитивная с нулем)	*	*		*						
1	Полугруппа (мультипликативная с единицей)						*	*		*	
1	Группа (аддитивная)	*	*		*	*					
1	Группа (мультипликативная)						*	*		*	*
1	Абелева группа (аддитивная)	*	*	*	*	*					
1	Абелева группа (мультипликативная)						*	*	*	*	*
2	Кольцо	*	*	*	*	*	*	*			
2	Ассоциативное кольцо (с единицей)	*	*	*	*	*	*	*		*	
2	Поле	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Приведем примеры заданий, выполняемых в рамках элективного курса.

Задание 1. К какой алгебраической структуре относятся следующие множества: а) ($\boldsymbol{N}$, +); б) ($\boldsymbol{N}$,+,{0}); в) ($\boldsymbol{N}$,·,{1}); г) ($\boldsymbol{N}$,·); д) ($\boldsymbol{V}_3$,+), где $\boldsymbol{V}_3$ — множество векторов пространства; ж) $\boldsymbol{A}$ = {0;*a*;–*a*}; з) ($\boldsymbol{R}$\{0},·); и) ($\boldsymbol{R}$,+,·); к) ($\boldsymbol{Z}$,+,·). Ответ: а) аддитивная полугруппа; б) аддитивная полугруппа с нулем; в) мультипликативная полугруппа с единицей; г) мультипликативная полугруппа; д) абелева группа; ж) аддитивная группа; з) мультипликативная абелева группа; и) ассоциативное кольцо с единицей; к) кольцо с единицей.

Задание 2. Доказать, что следующие преобразования *n*-угольников являются группами: а) группа вращений правильного треугольника; б) группа вращений квадрата; в) группа вращений правильного пятиугольника.

Задание 3. Доказать, что $\mathbf{S}_3$ является группой.

В результате изучения программы данного элективного курса учащиеся должны:

— правильно употреблять новые термины, связанные с основными понятиями теории групп;

— знать простейшие свойства основных алгебраических структур теории групп;

— проверять, будет ли данное множество с заданной на нем операцией полугруппой, группой, абелевой группой, кольцом, полем, подгруппой;

— исследовать внутреннюю структуру различных групп;

— строить различные примеры основных алгебраических структур.

Программа элективного курса завершается контролем знаний и выполнением индивидуальных проектов каждым обучающимся, защита которых проходит в рамках учебно-исследовательской конференции.

Примеры тем проектов для школьников.

Группоиды [4].

План работы:

1. Определение группоида.
2. Примеры группоидов.
3. Доказательство и примеры существования 22 типов группоидов.

2. Симметрическая группа подстановок $\mathbf{S}_4$ и группа движений куба [1].

План работы:

1. Исследование симметрической группы подстановок $\mathbf{S}_4$.
2. Доказательство, что 48 самосовмещений куба является группой.
3. Установить изоморфизм между $\mathbf{S}_4$ и группой движений куба.

Список использованной литературы

1. Белага, Э. Алгебра – Древняя и Современная / Э. Белага // Квант. – 1976. – № 10. – С. 24–31.
2. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра : уч. для вузов. – 2-е изд., стер. / Г. Биркгоф, Т. Барти / пер. с англ. Ю. И. Манина. – СПб. : Лань, 2005. – 400 с.
3. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. – Москва, 2002.

4. Раухман, А. Группоиды / А. Раухман // Квант. – 1981. – № 2. – С. 14–17.
5. Утеева, Р. А. История математических идей и открытий как средство обучения и умственного развития учащихся / Р. А. Утеева, Е. Ю. Куприенко // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л. С. Выготского : материалы III Международной научной конференции, 17–19 ноября 2016 г. / Под ред. М. В. Егуповой, Л. И. Боженковой. – ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ), Издатель Захаров С. И. («СерНа»), 2016. – С. 115–119.
6. Холл, М. Теория групп / М. Холл. – Москва : Иноиздат, 1962. – 462 с.

УДК 37.016:51

Л. А. Латоцін, Б. Д. Чабатарэўскі,
г. Магілёў, Беларусь