

## ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ МНОЖЕСТВА ЗНАЧЕНИЙ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

*В статье представлена подборка задач на нахождение множества значений логарифмической функции.*

**Ключевые слова:** логарифмическая функция, область определения функции, множество значений логарифмической функции.

Тема «Логарифмическая функция» является одной из традиционных тем школьного курса математики. При изучении этой темы основное внимание обращается на решение логарифмических уравнений и неравенств.

Как показывает опыт работы в старших классах, большинство учащихся испытывают затруднения при решении задач на нахождение множества значений логарифмических функций.

В настоящее время задачи на нахождение области определения и множества значений логарифмических функций в явной или неявной форме входят в содержание заданий профильного уровня ЕГЭ по математике.

Поэтому мы считаем актуальной разработку системы упражнений на нахождение множества значений логарифмических функций.

Многие задачи приводят нас к поиску множества значений функции на некотором отрезке или на всей области определения. К таким задачам можно отнести различные оценки выражений, решение неравенств.

*Множеством значений функции  $y = f(x)$  на интервале  $X$  называют множество всех значений функции, которые она принимает при переборе всех  $x \in X$ .*

*Областью значений функции  $y = f(x)$  называется множество всех значений функции, которые она принимает при переборе всех  $x$  из области определения  $x \in D(f)$ .*

Область значений функции обозначают как  $E(f)$ .

Область значений функции и множество значений функции — это не одно и то же. Эти понятия будем считать эквивалентными, если интервал  $X$  при нахождении множества значений функции  $y = f(x)$  совпадает с областью определения функции.

Для логарифмической функции  $y = \log_a x$ , с основанием  $a$  (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) областью значений является множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

Это следует из того, что для любого действительного числа  $y$  существует такое положительное число  $x$ , что  $y = \log_a x$ , т. е.  $y = \log_a x$  имеет корень. Его корень равен  $x = a^y$ . Итак, область значений логарифмической функции  $E(y) = (-\infty; +\infty)$ .

Разрабатываемая нами система задач по теме включает задачи базового и углубленного уровней, а также задачи на различные способы нахождения множества значений функций:

– последовательное нахождение значений сложных аргументов функции;

– метод оценок/границ;

– использование свойств непрерывности и монотонности функции;

– использование производной;

– использование наибольшего и наименьшего значений функции;

– графический метод;

– метод введения параметра;

– метод обратной функции;

– комбинированные методы.

Задачи базового уровня:

1. Найдите область значений функции:

$$y = \log_{\sqrt{5}} x; \quad y = 23 \log_7 x; \quad y = -\log_{\frac{1}{2}} x; \quad y = 11 \log_{\frac{2}{7}} x.$$

2. Найдите область значений функции:

$$y = \log_3(3-5x); y = \log_{0,8}(7-2x^2); y = \log_{3,5}(x^3+1); y = \log_6(x^2+3x+7).$$

3. Найдите область значений функции

$$f(x) = \log_3(2-x) + \log_3(x+7).$$

Задачи углубленного уровня:

1. Найдите множество значений функции  $y = \log_5(\operatorname{arccot} x)$  на  $[-1; 4]$ ; на всей области определения.

2. Найдите множество значений функции  $y = \log_{0,2}(1+24\cos^2 x)$ .

3. Найдите множество значений функции  $y = \log_{0,01} \frac{300}{1+\lg(100+x^2)}$ .

4. Найти количество целых чисел из множества значений функции

$$y = 16 \log_{1/16} \frac{\sin x + \cos x + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$