УДК 372.851

О. М. Корчажкина,
г. Москва, Россия

РЕШЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОДБОРОМ СРЕДСТВАМИ ИКТ

Обсуждаются способы решения классической задачи планиметрии о трисекции угла, неразрешимой с помощью традиционных инструментов планиметрии – циркуля и линейки. Метод подбора, который долгое время считался приблизительным и «незаконным», приобретает качества особой познавательной процедуры, если реализуется в интерактивных творческих средах.

Ключевые слова: евклидова геометрия, планиметрия, циркуль и линейка, метод подбора, интерактивные творческие среды, средства ИКТ.

Особое место среди классических задач планиметрии, неразрешимых с помощью традиционных инструментов евклидовой геометрии — циркуля и линейки, занимают задачи о квадратуре круга, удвоении куба, трисекции угла. Со времен древнегреческих геометров построения, проводимые без циркуля и бесконечной неградуированной линейки, считались «незаконными» [2, с. 6], поскольку они не укладывались в рамки традиционных построений, а требовали некоторого числа итераций — движений инструментов построения по плоскости чертежа в виде поворотов и сдвигов с одновременным отслеживанием, когда само построение «подгоняется» под условие задачи. Идея о «незаконности» подобных решений возникала из-за их неточности, или несходимости к точному решению, которая, видимо, уходит своими корнями в одну из апорий Зенона об Ахиллесе и черепахе: всякое приближение бесконечно и не может достичь предела.

Однако подобные задачи на построение никак нельзя считать нерешаемыми, поскольку их решение впоследствии — уже в веке XIX-ом — было получено с помощью иных инструментов — двусторонней линейки, прямого угла, линейки с засечками или линейки ограниченного размера. То есть если задачу нельзя было решить точными математическими методами, обращались к методу последовательных приближений с дальнейшим доказательством его сходимости к верному результату. На таком подходе основана единственно возможная стратегия решения задач с подбором.

Поэтому можно считать, что решение геометрических задач с подбором выходит за рамки чисто евклидовых методов, что соответствует послеевклидовскому движению от геометрии фигур к геометрии функций, которое роднит геометрию с другими разделами математики, превращая ее в комплексную математическую дисциплину: «То, в какой степени удастся соотнести накопленные веками традиции с новым математическим пониманием и с новыми педагогическими и социальными требованиями, и определит развитие школьной геометрии в России в XXI столетии» [3, с. 337].

Задачи с подбором имеют дополнительную позитивную учебно-познавательную составляющую, поскольку дают учащимся почувствовать «живую» геометрию и увидеть, насколько важно бывает иметь возможность совершать свободные геометрические построения. Учащиеся, проделывая геометрические итерации, шаг за шагом отслеживают результаты построения, оценивают их и делают выводы о том, насколько они приблизились к ожидаемому результату. Кроме того, задачи с подбором развивают у учащихся навыки логической антиципации, которые основаны не на ожидании вероятного или возможного, а на получении закономерного результата, основанного на строгих логических правилах и приёмах.

В современных условиях, когда доступны геометрические построения в интерактивных творческих средах, таких, как Geogebra или «1С: Математический конструктор», процедуры подбора и верификации гипотезы могут быть упрощены и сделаны более привлекательными для учащихся. Интерактивная творческая среда удобна еще и тем, что с ее помощью можно легко проследить параметрическую зависимость результата от изменённых начальных условий задачи.

Рассмотрим реализацию в интерактивной творческой среде «1С: Математический конструктор» [1] трех алгоритмов решения задачи о трисекции острого угла, предложенных древнегреческим учёным Архимедом (III в. до н.э.), восточным мыслителем Раннего Средневековья аль-Фараби (IX в.) и шотландским математиком Колином Маклауреном (XVIII в.).

Методика решения задачи о трисекции угла по каждому из традиционно используемых алгоритмов предусматривает процедуру подбора путём последовательных приближений, реализуемых на плоскости с помощью дополнительных инструментов построения – градуированной линейки (алгоритм аль-Фараби), угольника (алгоритм Маклаурена) и линейки с засечками (алгоритм Архимеда). Если же поиск решения осуществлять в интерактивных творческих средах, то процедура подбора становится более наглядной, точной, менее затратной по времени и приложенным усилиям, а также позволит учащимся оценивать правильность производимых действий за счет анализа и сопоставления каждого последующего этапа решения с предыдущим.

Рассмотрим кратко специфику метода подбора для каждого из трех названных алгоритмов в интерактивной творческой среде «1С: Математический конструктор».

Алгоритм аль-Фараби. Сложность процедуры подбора в алгоритме аль-Фараби состоит в том, что решение находится за счёт использования соотношения между угловыми и линейными размерами. При этом требуется построить такой *отрезок* между двумя параллельными прямыми, чтобы его длина вдвое превышала одну из сторон исходного угла, заключённую между этими прямыми. На интерактивном чертеже среды «1С: Математический конструктор» подбор длины этого отрезка осуществляется движением точек вдоль параллельных прямых с отслеживанием всех линейных и угловых размеров, которые в числовом виде выводятся на экран.

Алгоритм Маклаурена. Поскольку основным геометрическим инструментом при реализации алгоритма Маклаурена является прямоугольный треугольник или чертёжный угольник с прямым углом между сторонами, то основной проблемой становится поиск *точки касания* одной из сторон угольника с вспомогательной окружностью, на которой лежит вершина исходного угла. При этом должны быть одновременно зафиксированы две другие вспомогательные точки: вершина прямого угла угольника на одной из сторон исходного угла и точка пересечения второй стороны угольника с точкой пересечения продолжения второго луча исходного угла с окружностью, центром которой является вершина исходного угла. Передвигая вершину интерактивного угольника «1С: Математического конструктора» вдоль одной из сторон исходного угла и одновременно вращая его, мы добиваемся требуемого расположения двух вспомогательных точек, получая искомую точку касания.

Алгоритм Архимеда. Роль линейки с двумя засечками в интерактивной творческой среде «1С: Математический конструктор» выполняет прямая, на которой фиксируется произвольный отрезок r, равный радиусу окружности с центром в вершине угла, подлежащего трисекции. Требуется найти *точку пересечения* левой засечки с продолжением одной из сторон угла. Для этого правая засечка (точка) на прямой (линейке) «привязывается» к окружности и передвигается вдоль неё в поисках такого положения, чтобы путём вращения прямой левая засечка (точка) оказалась на продолжении одной из сторон угла, тогда как часть прямой справа от правой засечки прошла точно через точку пересечения окружности и второй стороны угла.

Итак, классические планиметрические задачи на построение, решаемые методом подбора, должны непременно включаться в программу по геометрии средней школы, поскольку они способствуют обретению учащимися навыков и умений, необходимых для развития алгоритмического мышления не только при изучении математики, а также в процессе формирования общей интеллектуальной культуры.

Список использованной литературы

1. 1С : Математический конструктор 6.0 + 280 моделей + Методическое пособие. Интерактивная творческая среда для создания математических моделей (DVD). – Москва : ООО «1С-Паблишинг», 2007–2014.
2. Аргунов, Б. И. Геометрические построения на плоскости : пособие для студентов педагогических вузов/ Б. И. Аргунов, М. Б. Балк // . – Москва : Учпедгиз, 1957. – 267 с.
3. Карп А. П. О преподавании геометрии в России / А. П. Карп, А. Л. Вернер / Российское математическое образование ; сост. и ред. А. П. Карп, Б. Вогели. – Москва : МПГУ, 2017. – С. 306–339.