УДК 512.57

М. В. Ненартович,
г. Лида, Беларусь

К ВОПРОСУ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ КАК ОДНОГО ИЗ ВИДОВ НАГЛЯДНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной статье рассматривается визуализация доказательств теорем алгебры как одного из видов наглядного моделирования. Дано описание этого вида наглядного моделирования. Приведен пример визуализации доказательства теоремы.

Ключевые слова: математика, алгебра, теорема, наглядное моделирование, наглядность, моделирование, визуализация.

При изучении курса алгебры в X–XI классах встречается множество различных типов задач и соответственно для каждого типа присуще свое решение. Использование наглядного моделирования при обучении учащихся алгебре позволяет путем построения соответствующих наглядных моделей изучать свойства и признаки математических объектов. Специфика наглядного моделирования в обучении математике состоит в возможности распознавания, рассмотрения и анализа учащимися структуры модели, свойств, закономерностей, отношений, взаимосвязей её составляющих частей, формирования осознанного восприятия, что способствует в большей мере устойчивому запоминанию, развитию мышления и воображения при познании объектов окружающего мира [3]. Рассмотрим визуализацию доказательств теорем как одного из видов наглядного моделирования.

Визуализация доказательства теоремы — наглядное представление математического объекта в виде модели с целью обоснования и осознания истинности какого-либо утверждения, цепочки логических умозаключений, демонстрирующих истинность выполнения набора аксиом и правил. Необходимость в визуализации доказательства теорем существенна, так как визуальное представление теоремы либо ее доказательства способствует осознанию того фактора, справедливость которого необходимо доказать.

Следует отметить, что в зависимости от раздела, темы по учебному предмету «Математика» при проведении доказательства иногда следует применять совместно формализованный способ и визуализацию.

Рассмотрим доказательство формул сложения способом наглядного моделирования.

Теорема. Имеет место тождество: $\sin(\alpha + \beta) = \cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta$ [1, с. 139].

Доказательство.

1. Выполним построение прямоугольного треугольника ANC с гипотенузой AC, равной 1 (рис. 1).

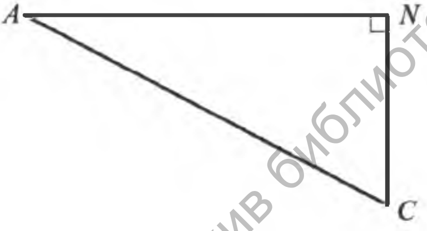

Рис. 1

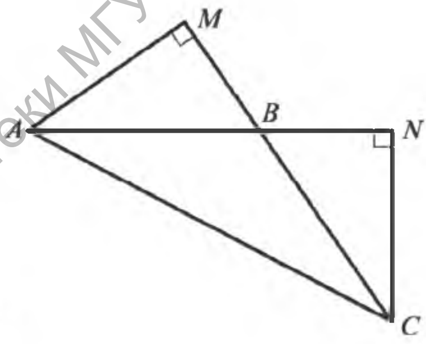

Рис. 2

2. Выполним построение прямоугольного треугольника AMC, так чтобы гипотенуза AC была общей, а вершины треугольников N и M лежали по одну сторону от гипотенузы AC (рис. 2).

3. Пусть $\angle NAC = \alpha$, $\angle MCA = \beta$, тогда $\angle NBC = \alpha + \beta = \gamma$ по свойству внешнего угла треугольника. В треугольнике ABC проведем перпендикуляр BP к стороне AC (рис. 3).

4. Найдем значение сторон NC, AM, BC, AB, AP, PC из соответствующих треугольников:

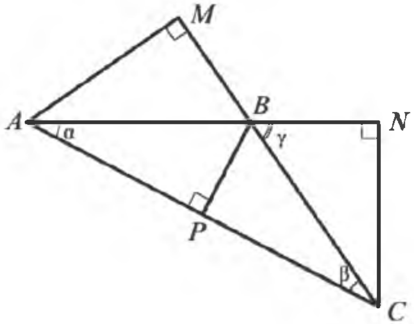

Рис. 3

$\triangle ANC$: $\sin\alpha = \dfrac{NC}{AC} = NC$;

$\triangle AMC$: $\sin\beta = \dfrac{AM}{AC} = AM$;

$\triangle NBC$: $\sin\gamma = \dfrac{NC}{BC} = \dfrac{\sin\alpha}{BC}$; $BC = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$;

$\triangle AMB$: $\angle MBA = \angle NBC = \gamma$; $\sin\gamma = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{\sin\beta}{AB}$; $AB = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$;

$\triangle ABP$: $\cos\alpha = \dfrac{AP}{AB}$; $AP = AB\cos\alpha = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cos\alpha$;

$\triangle BPC$: $\cos\beta = \dfrac{PC}{BC}$; $PC = BC\cos\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos\beta$.

5. Значит:

$$AC = AP + PC = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{\sin\lambda}\cos\beta = \frac{\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\beta}{\sin\gamma};$$

$$1 = \frac{\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\beta}{\sin\gamma};\ 1 = \frac{\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

Из последнего равенства получаем: $\sin(\alpha + \beta) = \cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta$.

Визуализация доказательства теорем алгебры как одного из видов наглядного моделирования способствует осознанному усвоению теорем и умению их визуализировать. В этом процессе раскрывается и обосновывается роль данного вида наглядного моделирования — умственная деятельность, которая осуществляется в ходе восприятия начальных или промежуточных данных информационного сообщения путем его расшифровки с помощью запаса готовых наглядных моделей, символьных образований, т.е. взаимосвязи текста, рисунка и формулы.

Список использованной литературы

1. Алгебра : учеб. пособие для 10-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Е. П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л. Б. Шнепермана. – 3-е изд. – Минск : Народная асвета, 2013. – 271 с.
2. Блинков, А. Д. Геометрия в негеометрических задачах / А. Д. Блинков. – Москва : МЦНМО, 2016. – 160 с.
3. Ненартович, М. В. О теоретико-методологических основаниях проблемы использования наглядного моделирования при обучении учащихся курсу алгебры / М. В. Ненартович, И. А. Новик // «Матэматыка» № 4. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2017. – С. 21–31.