УДК 373.5.016:51

Н. М. Сенченко (Горки)

ПРОБЛЕМНЫЕ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ КАК СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ

Аннотация. Данная статья показывает, что проблемные задачи самым непосредственным способом способствуют формированию методологической культуры учащихся. В статье представлена типология проблемных задач, требования к проблемным задачам и приведены примеры проблемных задач. Особое внимание в статье уделено задачам практического содержания.

Summary. This article shows that problem tasks in the most direct way contribute to the formation of a methodological culture of students. The article presents a typology of problem tasks, requirements for problem tasks and examples of problem tasks. Special attention in the article is paid to the tasks of practical content.

Ключевые слова: проблемная задача, типология задач, методологическая культура, практико – ориентированные задачи, занимательные задачи.

Keywords: problem problem, typology of tasks, methodological culture, practice - oriented tasks, entertaining tasks.

Одной из главных целей обучения математики является подготовка учащихся к повседневной жизни, а также развитие их личности посредством математики. Главная задача каждого учителя сегодня – не только обеспечить прочное и осознанное усвоение знаний, умений и навыков, но и развитие способностей учащихся, приобщение их к творческой деятельности, научить ученика не только понимать, но и мыслить [1]. Проблемные задачи на уроках математики являются как раз тем материалом, на котором учитель будет решать важнейшую задачу преподавания математики – развитие математического мышления и познавательной активности. Проблемные математические задачи, в отличие от традиционных, не могут быть непосредственно (в определенной форме) решены по какому-либо алгоритму. В методической литературе уточняется, что в курсе математики для них «не имеется определенных правил и положений, определяющих точную программу их решения». Проблемная задача – это дидактическое средство, которое содержит в себе реальное или кажущееся (учебно-исследовательское) противоречие, вызывает затруднение при выработке на него ответа, требует не вспоминания готовых знаний, а размышления, рассуждения, заключает (в отличие от проблемного вопроса) дополнительную вводную информацию и ориентиры поиска ее решения [2; 3]. Ошибочно предполагать, что проблемные задачи применяют только в олимпиадах, конкурсах, исследовательской работе. По структуре задачи могут быть сложными или простыми, но требовать творческих (нестандартных) способов решения. Решая проблемные задачи, ученик сталкивается с нехваткой (избытком) информации для решения поставленной проблемы, оказывается в ситуации выбора подхода, варианта решения и т. п. Требования к проблемным задачам могут быть сформулированы следующим образом: допускают несколько способов решения; требуют конструирования нового способа из ранее изученных, применения вспомогательных приёмов; требуют необычного способа решения; решаются обычным способом, но необычное содержание задачи маскирует этот способ; требуют перестройки прямого хода рассуждения на обратный.

Типология проблемных задач

1.Задачи с несформулированным вопросом.
2.Задачи с недостающими данными.
3.Задачи с излишними данными.
4.Задачи с несколькими решениями.
5.Задачи с меняющимся содержанием.
7.Задачи на соображение, логическое рассуждение.
8.Задачи на поиск закономерностей.
9. Занимательные задачи.
10. Комбинаторные задачи.
11. Практико-ориентированные задачи.
12. Задачи геометрического содержания.

Рассмотрим некоторые из них.

Практико-ориентированные задачи

Цель: расширять и углублять представление о математике как элементе общечеловеческой культуры, о ее роли в общественном прогрессе.

Под задачей с практическим содержанием понимается математическая задача, в которой раскрываются приложения математики в окружающей нас действительности, в смежных дисциплинах. Практическая задача знакомит с её использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций, в решении практических задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности.

Пример 1: К новому учебному году цену на набор школьных принадлежностей вначале снизили на 20 %, затем новую цену снизили еще на 10 %. Сколько стал стоить набор, если до снижения он стоил 25 рублей?

Пример 2: За каждый день просроченных платежей банк назначает доплату в 1,2 % от суммы, подлежащей оплате. Сколько рублей придется доплатить банку, если просрочено три дня, а сумма, подлежащая оплате, составляет 1000 рублей?

Пример 3: Мобильный оператор предложил 3 тарифных плана: «Вместе», «Школьный», «Деловой». Условия подключения представлены в таблице. На какой тариф выгоднее подключиться, если планируется подключение на 4 месяца?

Тариф	Абонен. плат. (руб.)	Скидка
«Вместе»	8,4	25 % в течение первых 3-х месяцев
«Школьный»	7,5	-
«Деловой»	16,4	75% в течение первых 2-х месяцев

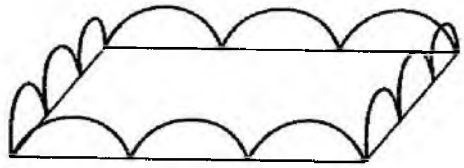
Выполняя практико-ориентированные задачи, учащиеся смогут узнать об увлекательных вещах, часто остающимися за страницами школьного учебника.

Задачи геометрического содержания

Цель: умение использовать при решении практических задач усвоенные факты и методы геометрии.

Пример 1: Во время ремонта планируется выложить кафельной плиткой пол на кухне. Для этого было куплено 150 штук кафельной плитки для пола размером 25 см на 25 см каждая. Хватит ли этой плитки, чтобы выстелить пол на кухне площадью 9,35 м^2?

Пример 2: Сколько метров металлической проволоки потребуется для изготовления декоративной изгороди из полукругов вокруг клумбы квадратной формы, если длина стороны этого квадрата равна 6 м ($\pi \approx 3.14$)? [5].



Занимательные задачи. Через занимательность проникает в сознание ученика сначала ощущение прекрасного, а затем при последующем систематическом изучении математики – и понимание красоты её методов». Решение занимательных задач требуют от учащихся изобретательности, смекалки, умения находить выход из нестандартной ситуации, укрепляют их веру в свои возможности, приносят радость и желание познавать. Многое здесь зависит от учителя. Считаю, что занимательные задачи необходимо регулярно включать в содержание уроков.

Пример 1: Два отца и два сына решили разделить три апельсина поровну. Каждому достался один апельсин. Как это могло получиться?

Пример 2: Тело человека содержит примерно 64 % воды. Сколько кг воды в человеческом теле, если его масса 40 кг?

Пример 3: Как проделать дыру в тетрадном листе, чтобы пролезть в нее? В «дыре», сделанной из сплошного бумажного листа не должно быть склеек. То есть пользоваться можно только ножницами.

Заинтересованный занимательными задачами учащийся начинает увлекаться математикой и переносит интерес к ней и на «скучные» разделы, неизбежные в каждом предмете. Метод обучения математике через решение проблемных задач позволяет учащимся накапливать опыт в сопоставлении, наблюдении, выявлять несложные математические закономерности, высказывать догадки, нуждающиеся в доказательстве, учит анализировать и делать выводы, устанавливать связи данного математического объекта с другими, выделять ключевые свойства математического объекта, сравнивать математические объекты, применять известные способы деятельности в незнакомых условиях. Работа с проблемными задачами дает возможность формировать у учащихся умения записывать реальные жизненные ситуации на математическом языке, что способствует развитию логического мышления, овладению операциями мышления - анализом, синтезом, обобщением, воспитывать такие качества личности, как самостоятельность, настойчивость и творчество. Решение проблемных задач на уроках математики не только формирует ту систему математических знаний, умений и навыков, которая предусмотрена программой, но и самым естественным образом способствует формирования методологической культуры учащихся. Ситуация затруднения школьника в решении задач приводит к пониманию учеником недостаточности имеющихся у него знаний, что в свою очередь вызывает интерес к познанию и установку на приобретение новых знаний. Только интерес и удивление могут заставить учеников задуматься над тем или иным вопросом. Понимание приходит тогда, когда вместе с разумом работают чувства, порождая творческую активность.

Тема: «Свойства обратных тригонометрических функций»

Тип урока: урок «открытия» новых знаний.

Цели урока:

Образовательная: Продолжить изучение основных свойств обратных тригонометрических функций

Развивающая: Развитие познавательного интереса учащихся к предмету через систему нестандартных задач, умений применять знания в измененной ситуации; развитие логического мышления, умений делать выводы и обобщения

Воспитательная: Воспитание логически мыслящей личности; способствовать воспитанию культуры общения и сотрудничества

Оборудование: Алгебра 10; компьютер (презентация к уроку); раздаточный материал; таблицы

Ход урока

1.Организационный момент

Приветствие учащихся. Проверка готовности класса к работе.

Проверка домашнего задания

Самостоятельная проверка д/з (решение вывешено на доске). Обсуждение возникших вопросов.

2.Актуализация опорных знаний и умений учащихся

Чтобы настроиться на работу, предлагаю выполнить устные упражнения.

1 .Найдите значения выражений:

arccos0; arctg$\sqrt{3}$; arccos$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; arcsin$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Чему равен arcsin(-x), arccos(-x), arctg(-x), arcctg(-x)?

arcsin(-x) = -arcsin x arccos(-x) = π - arccos x	arctg(-x) = -arctg x arcctg(-x) = π - arcctg x

(формулы вывесить на доску)

2. Имеет ли смысл выражение?
arcsin2; arccos0,3; arctg100 ?

3.Может ли arcsinb и arccosb принимать значение равное:
5; $^5/_9$; π; –10;?

4. Найдите область определения и область значений обратных тригонометрических функций (заполнить таблицу):

Выражение	Область определения	Область значений
arcsin x		
arccos x		
arctg *x*		
arcctg x		

Подготовка к изучению нового материала

Молодцы. Работаем в тетради (классная работа и дата). Найдите значения выражений, записанных на доске (заранее подготовить доску). Записывайте только ответы. Желающие записывают ответы на доске.

1) sin(arcsin$^1/_2$); 2) cos(arccos$^5/_{13}$); 3) ctg(arctg(-1,5)); 4) *arcsin(sin $^{\pi}/_3$); 5) arcsin(sin $^{7\pi}/_3$)*; 6) arcsin(sin980°).

Давайте проверим. Рассмотрим первых три выражения. Какими свойствами обратных тригонометрических функций вы воспользовались?

sin(arcsin x) = x при xϵ[-1;1]
cos(arccos x) = x при xϵ[-1;1]
tg(arctg x) = x при xϵR
ctg(arcctg x) = x при xϵR

(формулы вывесить на доску)

Проверим дальше. Сформулируйте определение арксинуса.(Ученики формулируют определение. Создание проблемной ситуации на этом этапе позволит логически перейти к изучению новой темы).

5. Этап целепологания

- Так чем сегодня будем заниматься на уроке?
- Какая тема нашего урока?
- Какую цель поставим себе на урок? (продолжить изучение свойств обратных тригонометрических функций)
- С какими свойствами обратных тригонометрических функций познакомимся?

arcsin(sin x) = arccos(cos x) =	arctg(tg x) = arcctg(ctg x) =

(вывесить на доску)

6.Изучение нового материала

Еще раз сформулируйте определение арксинуса. И по определению арксинуса запишем формулу:

arcsin(sin x) = x при x $\in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

Вернемся к заданиям 5 и 6 (один ученик работает у доски):

5) arcsin(sin $^{7\pi}/_3$) = arcsin(sin(2π+ $^{\pi}/_3$))= arcsin(sin $^{\pi}/_3$)= $^{\pi}/_3$;

6) arcsin(sin980°) = arcsin(sin(720° + 260°) = arcsin(sin260°) = arcsin(sin(180° + 80°))= arcsin(–sin80°) = = –arcsin(sin 80°) = –80°.

Первая формула у нас есть. Остальные предлагаю записать самостоятельно.

Первый ряд – arccos(cos x) =

Второй ряд – arctg(tg x) =

Третий ряд - arcctg(ctg x) =

(вывесить заготовку на доску):

arcsin(sin x)= arccos(cos x)=	arctg(tg x)= arcctg(ctg x)=

Ученики по очереди выходят к доске и составляют таблицу с помощью магнитов:

arcsin(sin x)=	x при x $\in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
arccos(cos x)=	x при x $\in [0; \pi]$
arctg(tg x)=	x при x $\in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
arcctg(ctg x)=	x при x $\in (0; \pi)$

Обратить внимание учащихся на промежутки – область значений обратных тригонометрических функций.

7. Закрепление изученного материала

№ 1. Найдите значение выражения (два человека у доски):

arccos (cos($-^{19\pi}/_{5}$)); arccos(cos 2016°).

8. Самостоятельная работа

№ 2. Найдите значение выражения (работа в парах с последующей проверкой):

1) arcsin(sin $^{10\pi}/_{7}$); 2) rccos(cos 1100°); 3) arccos(cos $^{9\pi}/_{8}$); 4) arcsin(sin $^{12\pi}/_{7}$); 5) arcsin(cos(–315°)); 6) arcsin(cos $^{\pi}/_{4}$); 7) arcsin(cos $^{33\pi}/_{10}$).

Ответы: 1) $-^{3\pi}/_{7}$; 2) 20°; 3) $^{7\pi}/_{8}$; 4) $-^{2\pi}/_{7}$; 5) $^{\pi}/_{4}$; 6) $^{7\pi}/_{18}$; 7) $-^{\pi}/_{5}$.

9. Информация о домашнем задании

Записывают домашнее задание.

ДЗ: П 2.6, 2.8, $\frac{2.107(2,4,6)}{2.82(2,4,6)}$

Творческое задание: arcsin (sin 11)

Критерии оценки выполнения домашнего задания:

Кто выполнил правильно задания № 1 - № 4: № 2.82(2,4,6).

Кто выполнил правильно задания № 1 - № 7: № 2.107(2,4,6).

Творческое задание – по желанию.

10. Рефлексия. Подведение итогов учебного занятия

- Что нового узнали на уроке, чему мы научились?
- Было ли вам сложно? А задание, которые мы выполняли сегодня, простые? (задачи со *)
- Что больше всего вызвало у вас затруднение? (много формул)
- На что нужно обратить внимание при решении этих заданий? (в каких приделах находится угол или E (y))
- Для чего нужно изучать свойства обратных тригонометрических функций? (в классной работе встречаются задания с ЦТ-2002 год)

Оценки за урок.

На этом урок окончен. Желаю успехов в дальнейшем изучении

Технологическая карта урока

Математика 10 класс

Тема: «Свойства обратных тригонометрических функций»

Тип урока: урок «открытия» новых знаний.

Цели урока:

Образовательная: Продолжить изучение основных свойств обратных тригонометрических функций

Развивающая: Развитие познавательного интереса учащихся к предмету через систему нестандартных задач, умений применять знания в измененной ситуации; развитие логического мышления, умений делать выводы и обобщения

Воспитательная: Воспитание логически мыслящей личности ; способствовать воспитанию культуры общения и сотрудничества

Оборудование: Алгебра 10; компьютер (презентация к уроку); раздаточный материал; таблицы

Этап	Взаимодействие учителя и учащихся		Прогнозируемые результаты
	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	
I. Мотивация к учебной деятельности Цель: создание условий для возникновения у учеников внутренней потребности включения в учебную деятельность	Организует внимание, готовность к уроку.	Слушают, настраиваются на работу.	Психологическая настроенность, готовность к уроку.

II. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии Цели:
- организовать повторение изученного материала, необходимого для «открытия» нового знания;
- организовать выполнение учащимися пробного учебного действия
	1.Организует проверку д/з по образцу (решение заранее вывешено на доске)
	2. Чтобы настроиться на работу, предлагаю выполнить устные упражнения:
	1.Найдите значения выражений: arcsin1; arccos0;
	arctg$\sqrt{3}$; arccos$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; arcsin$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
	Чему равен arcsin(-x), arccos(-x), arctg(-x), arcctg(-x)? (формулы вывешивает на доску)
	2. Имеет ли смысл выраж ение: arcsin2; arccos0,3; arctg100 ?
	3.Может ли arcsinb и arccosb принимать значение равное:
	5; -5/9; π; -10; 3/7?
	4. Найдите область определения и область значений обратных тригонометрических функций.
		Самопроверка домашнего задания по эталону.
		
		Учащиеся отвечают на вопросы учителя.
		Называют известные формулы:
		arcsin(-x)=-arcsin x;
		arccos(-x)=π-arccos x;
		arctg(-x)=-arctg x;
		arcctg(-x)=π-arcctg x.
		Находят область определения и область значений обратных тригонометрических функций (заполняют таблицу).
			Включение обучающихся в активную учебно-познавательную деятельность на основе опорных знаний.
			
			Проверить усвоение ранее изученного материала и подвести учащихся к изучению новой темы.

III. Выявление места и причины затруднения
Цели:
- выявить место (шаг, операция) затруднения;
- зафиксировать во внешней речи причину затруднения;
-организовать целеполагание
	Работаем в тетради (классная работа и дата). Найдите значения выражений, записанных на доске:
	sin(arcsin 1/2);
	cos(arccos 5/13);
	ctg(arcctg(-1,5));
	arcsin(sin π/3);
	arcsin(sin 7π/3);
	arcsin(sin980°).
	Давайте проверим. Рассмотрим первых три выражения, Какими свойствами обратных тригонометрических функций вы воспользовались?
	
	Проверим дальше. Сформулируйте определение арксинуса.
	- Так чем сегодня будем заниматься на уроке?
	- Какая тема нашего урока?
	- Какую цель поставим себе на урок? (продолжить изучение свойств обратных тригонометрических функций)
	- С какими свойствами обратных тригонометрических функций познакомимся?
		Записывают только ответы. Желающие записывают ответы на доске.
		Проверяют первые три выражения, формулируют известные уже свойства тригонометрических функций:
		sin(arcsin x)=x при xϵ[-1;1]
		cos(arccos x)=x при xϵ[-1;1]
		tg(arctg x)=x при xϵR
		ctg(arcctg x)=x при xϵR
		(формулы вывешиваются на доске).
		Проверяют остальные выражения Создание проблемной ситуации на этом этапе позволит логически перейти к изучению новой темы).
		Фиксируют индивидуальное затруднение: ещё не знают:
		arcsin(sin x)=
		arccos(cos x)=
		arctg(tg x)=
		arcctg(ctg x)=
		Учащиеся предполагают, что тема урока – «Свойства обратных тригонометрических функций». С помощью учителя определяют цель урока .
			Постановка и формулирование проблемы.
			
			Формулирование темы урока: «Свойства обратных тригонометрических функций»
			Обеспечить деятельность по определению целей урока

Этап	Взаимодействие учителя и учащихся		Прогнозируемые результаты
	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	
IV. Реализация построенного проекта Цели: - реализовать построенный проект в соответствии с планом; - организовать усвоение учениками нового способа действий с проговариванием во внешней речи; -зафиксировать новое знание в речи и знаках; - организовать устранение и фиксирование преодоления затруднения	Еще раз сформулируйте определение арксинуса. И по определению арксинуса запишем формулу: arcsin(sin x)= x при x $\in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ Вернемся к заданиям 5 и 6. Первая формула у нас есть. Остальные предлагаю записать самостоятельно. Первый ряд – arccos(cos x)= Второй ряд – arctg(tg x)= Третий ряд - arcctg(ctg x)= (вывесить заготовку на доску). После составления таблицы, учитель обращает внимание учащихся на промежутки - область значений обратных тригонометрических функций.	Ученики формулируют определение арксинуса и на основании ее записывают формулу: arcsin(sin x)=x при x $\in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ Один ученик работает у доски (выполняет задание 5 и 6): 5) arcsin(sin 7π /3)= 6) arcsin(sin980°)= Ученики по очереди выходят к доске и составляют таблицу с помощью магнитов. arcsin(sin x)= x при x $\in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ arccos(cos x)= x при x $\in [0;\pi]$ arctg(tg x)= x при x $\in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ arcctg(ctg x)= x при x $\in (0;\pi)$	Вывод формул arcsin(sin x); arccos(cos x); arctg(tg x); arcctg(ctg x), опираясь на определение обратных тригонометрических функций
V. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи Цель: - зафиксировать новое знание в речи и знаках Физкультминутка	Оформление решения в тетради и на доске (фронтальная работа).	2 учащихся выполняют задания на доске. Ученики проверяют и оценивают ответы. 1)arccos (cos(-19π /5)); 2)arccos(cos 2016°).	Усвоение сущности усваиваемых знаний и способов действий на репродуктивном уровне
VI. Самостоятельная работа с самопроверкой Цели: - организовать выполнение учащимися самостоятельной работы на новое знание; - организовать самопроверку; - организовать, работу над ошибками	Организует выполнение учащимися самостоятельной работы на новое знание. Найдите значение выражения (работа в парах с последующей проверкой): arcsin(sin 10 π /7); arccos(cos 1100°); arccos(cos 9 π/8); arcsin(sin 12 π/7); arcsin(cos(-315°)); arcsin(cos π/9); arcsin(cos 33π/10);	Выполняют задание самостоятельно в тетради.	Формирование навыка применения полученных знаний при решении задач. Самопроверка
VII. Этап информации о домашнем задании	Критерии оценки выполнения домашнего задания: Кто выполнил правильно задания № 1 - № 4: № 2.82(2,4,6). Кто выполнил правильно задания № 1 - № 7: № 2.107(2,4,6). Творческое задание – по желанию: arcsin (sin 11)	Записывают задание в дневники.	Обеспечить понимание содержания домашнего задания

Окончание таблицы

Этап	Взаимодействие учителя и учащихся		Прогнозируемые результаты
	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	
VIII. Подведение итогов урока. Рефлексия учебной деятельности на уроке Цели: - соотнесение целей урока и его результатов, - фиксирование нового содержания урока. - осознание и самооценка учениками собственной учебной деятельности	- Подведём итог работы на уроке. - Какую цель мы поставили в начале урока? - Удалось ли нам её достичь? - Что нового узнали на уроке, чему мы научились? - Было ли вам сложно? - Что больше всего вызвало у вас затруднение? (много формул) - На что нужно обратить внимание при решении этих заданий? - Для чего нужно изучать свойства обратных тригонометрических функций? Организует рефлексию. Предлагает учащимся оцепить свою работу на уроке. Выборочно оценивает учащихся.	Отвечают на вопросы учителя Анализируют свою деятельность, проводят самооценку собственной деятельности.	Умение структурировать знания. Аргументация своих высказываний. Оценивание того, что усвоено, осознание качества и уровня усвоения

Литература

1. Снопкова, Е. И. Педагогические системы и технологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. И. Снопкова. – Электрон. данные. – Могилев : МГУ имени А. А. Кулешова, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Сист. требования: Pentium II 300, 64 Mb RAM, свободное место на диске 16 Mb, Windows 98 и выше, Adobe Acrobat Reader, CD-Rom, мышь. – Загл. с экрана. – 10 экз.

2. Снопкова, Е. И. Развитие методологической культуры педагога в системе непрерывного образования: актуальность проблемы в современной педагогической теории и образовательной практике / Е. И. Снопкова // Народная Асвета. – 2016. – № 4. – С. 3-6.

3. Махмутов, М. И. Организация проблемного обучения в школе: Кн. для учителя / М. И. Махмутов. – М.: Просвещение, 1977 – 240 с.